物理学基礎 II（電磁気学），担当 谷村省吾，平成 30 年度 講義ノート 12

演習問題

[**1**] 陽子と電子の間に働いている電気的な引力と重力の大きさの比を求めよ．

[**2**] 3 次元空間の直交座標を (x,y,z) とする．a を正の実数とする．正の電荷 q が点 $(-a,0,0)$ にあり，負の電荷 $-q$ が点 $(a,0,0)$ にあるとする．以下の問に答えよ．

(1) 点 (x,y,z) における電場 $\boldsymbol{E} = (E_x,E_y,E_z)$ を求めよ．

(2) 点 (x,y,z) における電位 ϕ を求めよ．ただし無限遠方における電位の値をゼロとする．

(3) $(x,y,0)$ 平面における電気力線の概略図を描け．電場の向きも電気力線に矢印を付けて表せ．電場の強さは電気力線の密度で表現せよ．

(4) $(x,y,0)$ 平面における等電位面の概略図を描け．一定の電位間隔をあけて，なるべくたくさんの等電位面を描け．

[**3**] 3 次元空間の直交座標を (x,y,z) とする．a を正の実数とする．2 つの正電荷 q が点 $(-a,0,0)$ と点 $(a,0,0)$ にあるとする．以下の問に答えよ．

(1) 点 (x,y,z) における電場 $\boldsymbol{E} = (E_x,E_y,E_z)$ を求めよ．

(2) 点 (x,y,z) における電位 ϕ を求めよ．

(3) $(x,y,0)$ 平面における電気力線の概略図を描け．電気力線の向きと密度も表現せよ．

(4) $(x,y,0)$ 平面における等電位面の概略図を描け．一定の電位間隔をあけて，なるべくたくさんの等電位面を描け．

[**4**] 3 次元空間の直交座標を (x,y,z) とする．a を正の実数とする．4 つの点電荷があり，電荷は等しく正の q だとする．それぞれの位置は $(a,a,0)$，$(a,-a,0)$，$(-a,a,0)$，$(-a,-a,0)$ とする．

(1) $(x,y,0)$ 平面における電気力線の概略図を描け．

(2) $(x,y,0)$ 平面における等電位面の概略図を描け．

[**5**] 3 次元空間の直交座標を (x,y,z) とする．a を正の実数とする．4 つの点電荷がある．正電荷 q は $(a,a,0)$ と $(-a,-a,0)$ にあり，負電荷 $-q$ は $(a,-a,0)$，$(-a,a,0)$ にある．

(1) $(x,y,0)$ 平面における電気力線の概略図を描け．

(2) $(x,y,0)$ 平面における等電位面の概略図を描け．

[**6**] 3 次元空間の直交座標を (x,y,z)，極座標を (ρ,θ,z) とする．$x=y=0$ の z 軸に沿って電荷が分布しており，その電荷線密度を λ とする．

(1) 直線電荷から距離 ρ 離れた点における電場の大きさを求めよ．

(2) 点 (x,y,z) における電場 $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$ を求めよ.

(3) 点 (x,y,z) における電位 ϕ を求めよ．ただし，a を正の実数とし，$(x,y,z) = (a,0,0)$ の点で $\phi = 0$ とする.

(4) $(x,y,0)$ 平面における電気力線の概略図を描け．電気力線の向きと密度も表現せよ.

(5) $(x,y,0)$ 平面における等電位面の概略図を描け．一定の電位間隔をあけて，なるべくたくさんの等電位面を描け.

[**7**] 3 次元空間の直交座標を (x,y,z) とする．$z = 0$ で規定される (x,y) 平面上に電荷が分布しており，その電荷面密度を σ とする.

(1) 直線電荷から距離 z 離れた点における電場の大きさを求めよ.

(2) 点 (x,y,z) における電場 $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$ を求めよ.

(3) 点 (x,y,z) における電位 ϕ を求めよ．ただし，$(x,y,z) = (0,0,0)$ の点で $\phi = 0$ とする.

(4) $(x,0,z)$ 平面における電気力線の概略図を描け．電気力線の向きと密度も表現せよ.

(5) $(x,0,z)$ 平面における等電位面の概略図を描け．一定の電位間隔をあけて，なるべくたくさんの等電位面を描け.

[**8**] 半径 a の球体内部に一定の電荷密度 ρ で電荷が分布しているとする．球体の全電荷を $Q = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$ と書く.

(1) 球体の中心から距離 r 離れた点における電場の大きさ $E(r)$ を求めよ．$r > a$ の場合と $r \leq a$ の場合を分けて考えよ.

(2) 電場ベクトル場の概略図を描け．電場の強弱はベクトルの長さで表現せよ．$r > a$ の領域でも $r \leq a$ の領域でも電場を描け.

(3) 球体の中心から距離 r 離れた点における電位 $\phi(r)$ を求めよ．ただし無限遠方の電位はゼロとする.

(4) 関数 $\phi(r)$ のグラフを書け．グラフの特徴的な点の座標も書け.

(5) 関数 $E(r)$ のグラフを書け.

[**9**] 以下の問に答えよ.

(1) 電荷 q，質量 m を持つ粒子の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$，速度ベクトルを $\boldsymbol{v}$ とする．この粒子が静電場 $\boldsymbol{E}$ から力を受けて動くとき，

$$\epsilon = \frac{1}{2} m \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v} + q\phi(\boldsymbol{r}) \tag{1}$$

は時間によらない定数になることを示せ．ただし $\phi(\boldsymbol{r})$ は電位.

(2) 直交座標 (x,y,z) を設けた 3 次元空間中の $z = 0$ かつ $x^2 + y^2 = a^2$ を満たす円周に沿って電荷線密度 λ の正電荷が分布しているとする．点 $(0,0,z)$ における電場 (E_x, E_y, E_z) を求めよ.

(3) この状況で点 $(0,0,z)$ における電位 ϕ を求めよ.

(4) 粒子の電荷 q は正だとする．z 軸に沿って $z = -\infty$ の彼方(かなた)から z 軸の正の向きに初速度 v_0 で荷電粒子が

飛んで来るとする．この粒子は荷電円周から斥力を受けて，次第に動きが遅くなる．この粒子が一瞬速度ゼロになる位置があれば，その位置を求めよ．

(5) この粒子が止まらずに点 $(0,0,0)$ を通過するための必要十分条件を求めよ．

[**10**] 同心で半径 a と半径 b（$0<a<b$）の 2 枚の導体球殻があるとする．

(1) これをコンデンサとみなしたときの電気容量 C を求めよ．

(2) $b=a+\ell$ として，a に比べて ℓ が非常に小さい極限では電気容量の値は

$$C=\frac{\varepsilon_0\cdot 4\pi a^2}{\ell} \tag{2}$$

に近づくことを示せ．これは面積 $S=4\pi a^2$，間隔 ℓ の平行導体板コンデンサの電気容量に等しい．

[**11**] 半径 a の導体球殻があるとする．最初，この球殻は電荷を持っていなかったが，無限遠方から正の電荷を少しずつ運んで持って来て，この球殻に電荷をためるとする．電荷に正電荷 q がたまると，微量電荷 Δq を遠方から運んで球殻に押し付けるためには外から仕事をしてやらないといけない．

(1) 電荷 Δq を無限遠方から運んで来て，電荷 q がたまっている球殻に追加するのに要する仕事 ΔW を求めよ．

(2) 球殻の電荷 $q=0$ の状態からスタートして $q=Q$ の状態にするまでに要する全仕事 W を求めよ．

(3) 電荷 Q がたまった球殻の周りの電場の全エネルギー

$$U=\int\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2\,dv \tag{3}$$

を求めよ．ただしこの積分は全空間にわたる積分である．

(4) $W=U$ が成り立つことを示せ．

[**12**] 磁場に関してはノート 11 の演習問題をやっておくこと．