

今回の講義では外積代数 (exterior algebra, exterior product) について解説しました。

問1.

$V$ : 3次元 vector space の基底  $\{e_1, e_2, e_3\}$  とし、

$$X = X^1 e_1 + X^2 e_2 + X^3 e_3 \quad (X^1, X^2, X^3 \in \mathbb{R})$$

$$Y = Y^1 e_1 + Y^2 e_2 + Y^3 e_3$$

$$Z = Z^1 e_1 + Z^2 e_2 + Z^3 e_3$$

とおく。このとき、 $X \wedge Y$ ,  $X \wedge Y \wedge Z$  を求めよ。

$$e_j \wedge e_i = -e_i \wedge e_j$$

$$e_i \wedge e_i = 0$$

問2.

$V$ : 2次元 vector space の基底  $\{e_1, e_2\}$  とし、

$$X = a e_1 + b e_2$$

$$Y = c e_1 + d e_2 \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R})$$

とおく。このとき  $X \wedge Y$  を求めよ。

また  $X \wedge Y$  が  $X, Y$  を辺とする平行四辺形の面積に等しい (比例する) ことを示せ。