芝浦工業大学木村元研究室主催　量子基礎論・量子情報セミナー
2022年5月24日

局所物理量としての確率、ついでにカルロ・ロヴェッリの関係量子力学

谷村 省吾

名古屋大学 情報学研究科

MAKE NEW STANDARDS. 東海国立大学機構 | NAGOYA UNIVERSITY

自己紹介

- 谷村省吾（たにむら・しょうご）と申します。
- 学生時代は、工学部応用物理学科で主に物性物理を学んだのち、理学研究科物理学専攻に進んで、素粒子論と量子力学の研究をやっていました。
- 量子力学の数学的基礎、量子情報、圏論・微分幾何の物理への応用などを研究しています。ＡＩの研究もやっています。

広島県尾道市の千光寺公園展望台でいなりすしを食べている私

自己紹介の続き

- 近年、哲学者と議論する（モメる？ディスる？）機会が何度かありました。
- 2019年『〈現在〉という謎』という本を哲学者たちと分担執筆して大ゲンカ！ いわゆる『谷村ノート』事件勃発！（名大リポジトリに公開）
- 2020年9月, デネットの著作『自由の余地』をめぐって哲学者戸田山和久氏と対談,『自由意志の哲学ぅ？オレが求めている自由はそんなんじゃねえ！』（チャット応答ノートを名大リポジトリに公開）

だんだん哲学論客化していく私

- 2021年3月, シンギュラリティサロン『哲学の決定論 vs. 物理学の決定論：機械は自由意志を持てるか？』にて哲学者木島泰三氏と対談（YouTubeで視聴可能。言い足りなかったことをノートに書いて名大リポジトリ公開）
- 2021年5月, 須藤靖・伊勢田哲治の著作『科学を語るとはどういうことか—科学者、哲学者にモノ申す』にモノ申す！（出版社のウェブサイトに掲載）
- 2021年8月号の現代思想に記事『自由意志問題の建設的な取り組み方』掲載

私は何の専門家と思われているのか？

- 2021年9月, 日本神経回路学会シンポジウム“Do we have free will? ”で講演。自由意志は物理学的に支持できると主張
- 2022年3月, シンギュラリティサロン『意識・時間・AIの哲学と物理学者』にてペンローズの量子脳理論を批判（YouTubeで観れます）

つねに哲学者（だけ）にケンカを売っているわけではない。科学哲学を専攻する学振PDを受け入れたりもしている。

今日の話題

- 確率の哲学（解釈論）
- 確率の局所性と代数的量子論　今年中には『21世紀の量子論入門』（代数的量子論の入門書）を出そうと思っています。
- 弱値と負確率と反事実的確率についても話そうと思っていたのだけど、話が長くなりすぎるので、日経サイエンス記事の補足ノートを見てください：『アインシュタインの夢ついえる：測っていない値は実在しない』の補足ノート
- カルロ・ロヴェッリ『世界は「関係」でできている』を書評

○○の哲学

- ○○の意味や○○の本性について深く考えることとは、しばしば「○○の哲学」と称される。
- 確率の哲学、時間の哲学、心の哲学、知識の哲学（認識論）、存在の哲学（形而上学）、感情の哲学、恐怖の哲学、貨幣の哲学・・・
- 当たり前のように接しているけどもいざその正体を問われると答えにくいものは、哲学の対象になりうる。

○○の哲学の効用

- 「ボーっと生きてんじゃねえよ！」と、カツを入れる意義はあると思う。
- たまには「時間って何だろう？」と考えるのもいいことだと思う。
- しかし、火急の課題ではない。哲学的思索だけで答えを出すのは難しい、と言うか、出ない。。自然科学を参照した方がよい。

確率は難しい

- 「コインを投げて表が出る確率」や「宝くじで一等賞が当たる確率」はわかりやすい。

  → 頻度解釈がすなお。繰り返し試行できる

- 「明日の降水確率」や「10年以内にこのエリアでマグニチュード7以上の地震が起こる確率」は、どう解釈したらよいのか？　数学的定義や検証方法はあるのか？

確率の解釈諸説（ギリース『確率の哲学理論』より）

認識論的
epistemological
確率は人間による世界の認識様式であると考える立場

客観的
objective
確率は質量や電荷のように客観的に存在していると考える立場

論理説	logical	確率は正しさの度合い．真(1)と偽(0)の中間値
主観説	subjective	確率は個人の信念・知識・確信の度合い．ベイズ統計と相性がよい．
間主観説	intersubjective	主観と客観の間，あるいは，複数の主観者の間で合意・共有されている信念の正しさの程度
頻度説	frequency	試行回数に対する出現頻度．集合論・測度論と相性がよい．
傾向説	propensity	確率は，事象を生起させる条件が持つ性質．「起きやすさ」

論理説の長所

真$(P=1)$と偽$(P=0)$の真理値を、中間値$(0 \leq P \leq 1)$を許容して拡張したものが確率だと考える。数学的フォーマリズムはクリアだし、数学的拡張性にも優れている。ブール代数（排反事象の確率の加法性）と相性がよい。$0 \leq P \leq 1$の実数を射影演算子に拡張したのが量子論理。

論理説の短所

しかし、論理説と言えども、実験検証の段階では、頻度解釈が必要になるような気がする。また、「頻度が高い」ことが「真に近い」ことを意味するのか？という疑問が湧く。

主観説の長所・短所

確率は観察者の知識・信念の度合いだ、と解する。情報の獲得によって確率が更新されるという考え方となじむ。「波束の収縮」を正当化しているように思える（QBism）。

しかし、信念の正しさの検証段階では頻度解釈を援用しているのではないか。確率更新がナンセンスであるように思える場面もある。観察者が不在の場面で確率を使ってよいのか？

間主観説の長所・短所

確率の見積もりには「みんながもっともらしいと思う前提」が必要であり、「完全に客観的な確率」はない、という考え方。とくに社会的現象に確率論を適用する場合はこの考えはよいような気がする。

しかし、「社会構成主義」っぽくて、物理学者にはウケの悪い考え方。

頻度説の長所・短所

全試行回数に対する事象の生起回数の比が頻度であり、試行回数を無限に増やす極限で頻度が確率に収束する、と考える。統計解釈とも呼ばれる。物理学者にはこれが一番なじみやすそう。

しかし、一起性の出来事に対して確率論を適用してよいのか？　天変地異・個人の人生・歴史・生命現象・宇宙に関することを確率で見積もってよいのか？

傾向説の長所・短所

確率は、システムが持つ傾向的性質だ、と考える。不完全な観測や不完全な状態制御しかできない条件下で「どういう結果が、どの程度、起きそうか」という見積もりをしなければならないときに目安になる。気象・医療・行政など。

「隠れた変数」の考え方に近いかもしれない。傾向が実在的なものだと考えてしまうと、量子論の解釈としてはまずいかもしれない。

使われている確率

降水確率や地震の発生確率は、おそらく、間主観的かつ傾向的な指標なのだろう。

「5年後生存率」は、過去の統計としては頻度そのものと言った方がよいのだが、傾向的指標として解釈されていると思う。

確率は多義的

- 実証的・定量的評価が適用できるのは、おそらく頻度解釈だけだろう。
- 他の解釈は、定量化が無理。定量化を頻度解釈に預けている。
- 本来、似て異なる概念を「確率」の一言で括ってしまっている。

「知っている」の多義性（戸田山和久『知識の哲学』）

1. know-that, 命題知：「石灰石を塩酸に入れると二酸化炭素が発生することを私は知っている」
2. know-how, やり方を知っている：「私は自転車の乗り方を知っている」
3. know-what, 何であるかを知っている：「私はヴェジマイトを知っている」（オーストラリア特産の発酵食品）
4. know-what-it-like, どのようであるか知っている：「私はヴェジマイトの味を知っている」

戸田山氏は「私は、これらすべてが知識と呼ばれているのは偶然ないし誤解の産物だと考えている」と述べている。

「多義的だから便利」という面はある

- 「知っている」が多義的であるように、「確率」も多義的。いろいろな意味・概念が「確率」の一言に託されている。
- 意味や用途ごとに異なる呼び方（真度・個人信度・共有信度・頻度・傾向度など）を使い分けるのも煩わしい。
- いろいろな概念をいっしょくたに扱える便利さが買われていると言った方がよい。

確率の物理

- 確率は物理量か？
- 確率は局所的物理量（local observable）か？

そもそも確率は物理量か？

- 質量や電流や温度や速度を測るように、確率を測れるか？
- 「温度計」のような「確率計」や「エントロピー計」はない？
- 「繰り返し観察」によって測れる？

https://dictionary.cambridge.org/ja/images/thumb/dice_noun_002_10624.jpg?version=5.0.239

確率は局所的物理量か？

- 質量や電荷は「そこにある」感じがする（地球・人体・摩擦電気で帯電した物体・電子など空間的に限定されたシステムに定められる）
- 確率は「そこにある」か？
- サイコロに質量や運動量が備わっているようにサイコロの面に確率が備わっているか？

https://dictionary.cambridge.org/ja/images/thumb/dice_noun_002_10624.jpg?version=5.0.239

谷村の考え

- 私は、昔は、確率は空間を超越した概念だと思っていた。サイコロの面に確率が貼り付いているわけではないだろうと思っていた。
- しかし、場の理論的に定義される物理量の値の確率分布は時空領域の属性と考えた方がよい、と最近は考えている。

https://dictionary.cambridge.org/ja/images/thumb/dice_noun_002_10624.jpg?version=5.0.239

代数的量子論の骨子 1

- **物理量代数（observable algebra, C*-algebra）** $\mathcal{M}$

$$A, B \in \mathcal{M},\ \lambda \in \mathbb{C}$$

$$A + B, \lambda A, AB, A^* \in \mathcal{M}, \quad \|A\| \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

- **状態（state, 期待値汎関数）** $\omega : \mathcal{M} \to \mathbb{C}$

$\omega(A)$（Hilbert空間フォーマリズムでは $\omega(A) = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$）

$$\omega(A + B) = \omega(A) + \omega(B), \omega(\lambda A) = \lambda\omega(A), \omega(A^*) = \omega(A)^*$$

$\omega(AB) = \omega(A)\omega(B)$ は要請しない

代数的量子論の骨子 2

- **可換物理量代数（contextとも言う）** $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{M}$

$$A, B \in \mathcal{L},\ \ BA = AB$$

- **指標（character）** $\chi : \mathcal{L} \to \mathbb{C}$

$\chi(A)$（Aのスペクトル値。Hilbert空間フォーマリズムなら A の固有値に相当）

$$\chi(A+B) = \chi(A) + \chi(B), \quad \chi(\lambda A) = \lambda\chi(A), \quad \chi(A^*) = \chi(A)^*$$

$\chi(AB) = \chi(A)\chi(B)$ も要請.

$\chi(A^2) = \chi(A)^2$ なので $\Delta A^2 \coloneqq \chi(A^2) - \chi(A)^2 = 0$

代数的量子論の骨子 3

リース・ラドン・マルコフの定理：

物理量代数 $\mathcal{M}$ 上の任意の状態 $\omega : \mathcal{M} \to \mathbb{C}$ を可換代数 $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{M}$ 上に限定して $\omega : \mathcal{L} \to \mathbb{C}$ とみなすと、$\mathcal{L}$の指標全体の集合 $\mathbf{Spec}(\mathcal{L}) = X$ 上の確率測度 ρ で

$$\omega(A) = \int_X \chi(A)\rho(d\chi) = \int_X A(\chi)\rho(d\chi)$$

を満たすものが一意的に存在する（確率解釈を保証している）。

相対論的代数的場の量子論

- 未来光錐（future light-cone）

$C_+(p) \coloneqq \{(x^0, x^1, x^2, x^3) \in \mathbb{R}^4 |$
$(x^0 - p^0)^2 - (x^1 - p^1)^2 - (x^2 - p^2)^2 - (x^3 - p^3)^2 \geq 0, x^0 - p^0 \geq 0\}$

- 過去光錐（past light-cone）

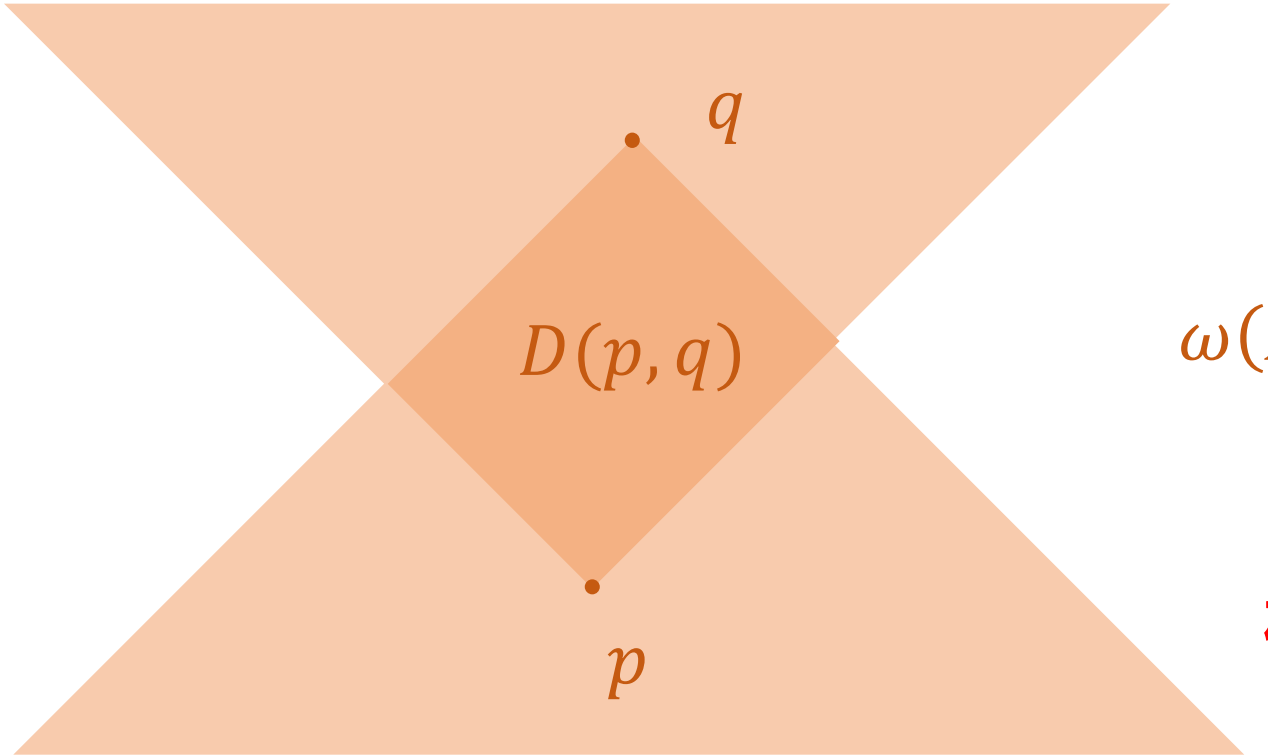
$C_-(q) \coloneqq \{(x^0, x^1, x^2, x^3) \in \mathbb{R}^4 |$
$(x^0 - q^0)^2 - (x^1 - q^1)^2 - (x^2 - q^2)^2 - (x^3 - q^3)^2 \geq 0, x^0 - q^0 \leq 0\}$

- 双錐（double cone）

$D(p, q) \coloneqq C_+(p) \cap C_-(q)$

局所物理量の値の確率は局所的

双錐 $D = D(p,q)$ ごとに「そこで測れる物理量の集合 $\mathcal{M}(D)$ がある。状態は、時空領域D上の物理量（その領域内にある電荷量や運動量など）のスペクトル値の確率分布と期待値を定める。その意味で、確率は時空に局在している。



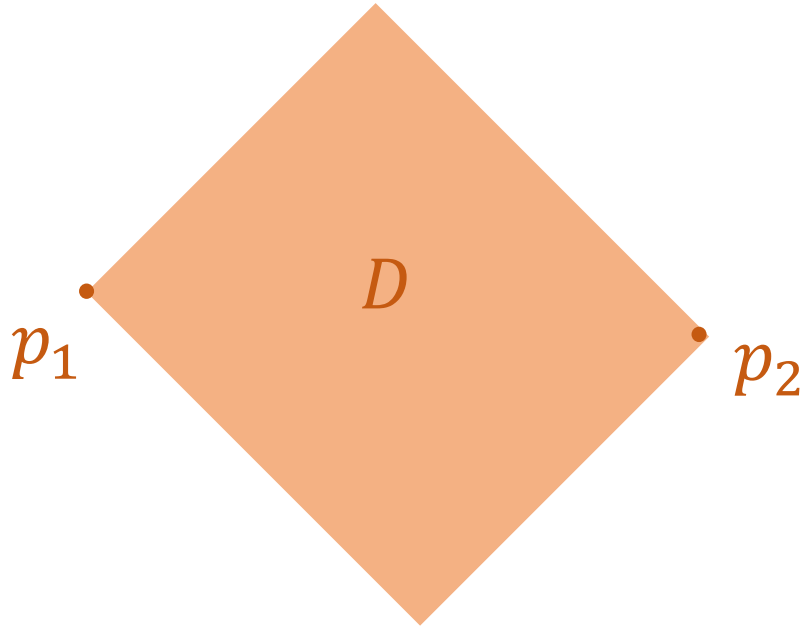
領域Dで測れる物理量Aの
期待値と確率分布が定まる

$$\omega(A) = \int_X \chi(A)\rho(d\chi) = \int_X A(\chi)\rho(d\chi)$$

「そこで測れるなら、
確率もそこにある」と考えるのが素直

局所物理量の代数演算は局所的

離れた時空点の物理量の和や積（代数演算）は、両方の点を含む双錐上の物理量代数の元として定まる。一般相対論で（リーマン多様体上で）、離れた時空2点上のテンソル量を比較したり和を定めたりするためには、同一点に平行移動しなくてはならないことに似ている。



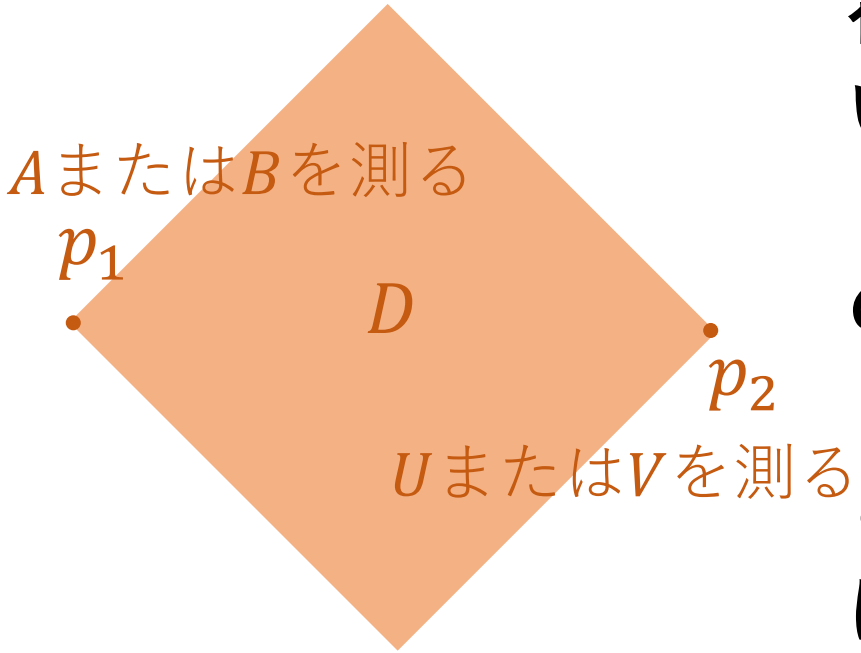
点p_1で測れる物理量A_1と
点p_2で測れる物理量A_2があったとき、
$A_1 + A_2$や$A_1 A_2$は両方の点を含む双錐上の物理量の元とみなされる。

EPR-Bohm-Bell-CHSH

Space-likeに離れた時空2点p_1, p_2の一方p_1で物理量AまたはBを測り、もう一方で物理量UまたはVを測る。どの物理量の測定値も± 1。

$$S := AU + AV + BU - BV$$

の平均値はいくら？



すべての物理量の値は観測されていないときも実在し、space-likeに離れた2点間に影響は及ばないとする局所実在論では

$$S = A(U + V) + B(U - V)$$

の値は $\pm 2, 0$ のいずれかなので、平均値は

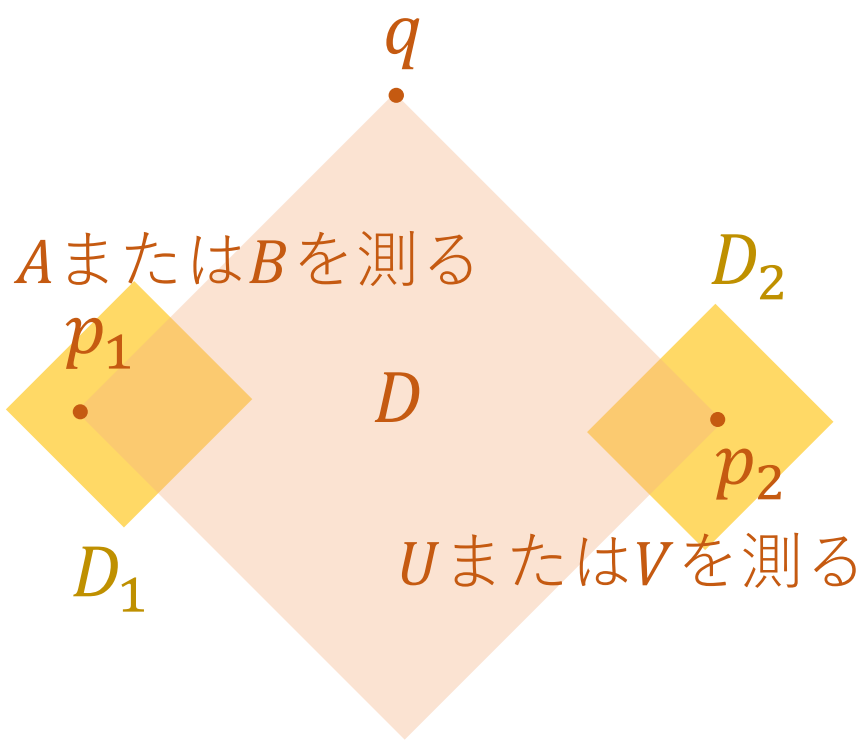
$$-2 \leq \langle S \rangle \leq 2$$

となるはず（CHSHの不等式）。ところが量子論では、

$$-2\sqrt{2} \leq \langle S \rangle \leq 2\sqrt{2}$$

量子論的に正しい推論

p_1の近傍領域D_1の物理量A, Bにしかアクセスできない観測者（Alice）は、AとBの値の出現確率しか言えないし、A, Bは非可換なので両者の結合確率を述べることができない。

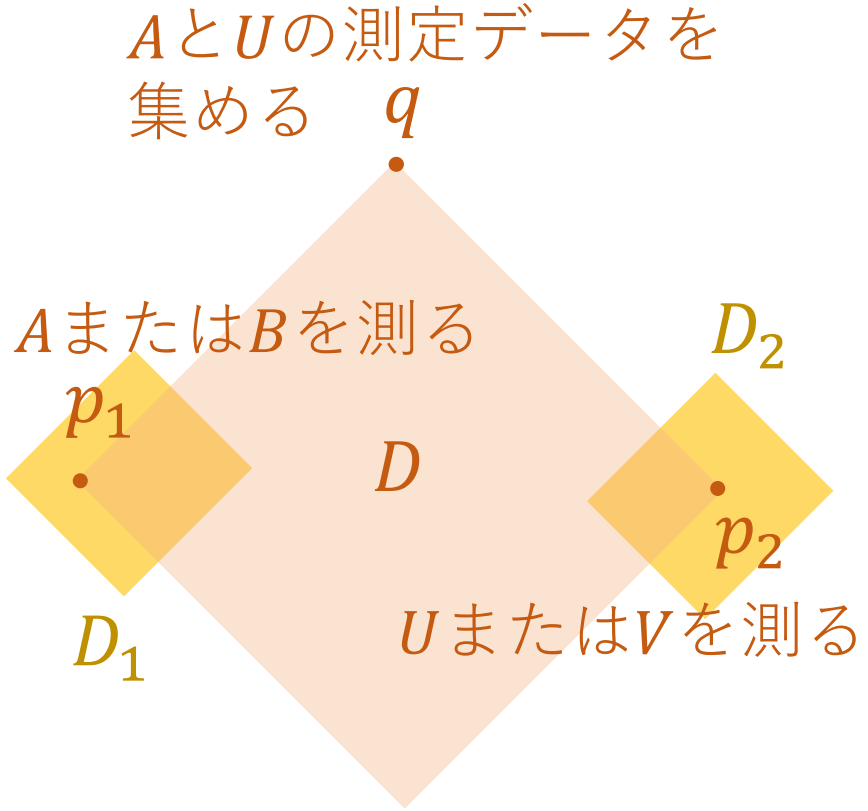


p_2の近傍領域D_2の物理量U, Vにしかアクセスできない観測者（Bob）は、UとVの値の出現確率しか言えないし、U, Vは非可換なので両者の結合確率を述べることができない。

すべての物理量の値の測定データを集計して和積の代数演算を行うことができるのは点qに立つ観測者（Charlie）のみ。それでも可換物理量（AとUなど）の結合確率しか求められない

よい理論・よいフォーマリズム

「p_1でAliceが測定を行ったとたんにp_2でBobが行う測定結果の確率が変化する」わけではないし、相対論的代数的場の量子論はそのような確率を述べられないフォーマリズムになっている。



Aliceの測定結果で条件付られたBobの測定結果についての条件付き確率を検証できるのは点qに立つCharlie。遠隔作用はない。

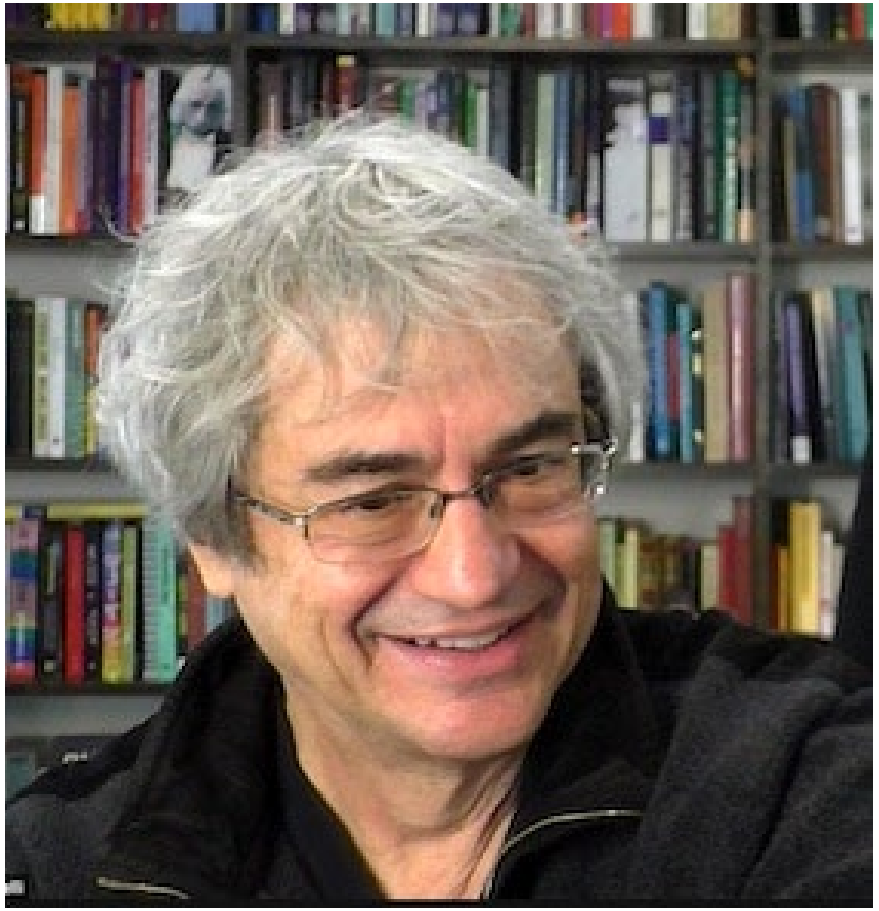
よい記法は、重要なことがらを簡潔に述べられるだけでなく、意味をなさないことを記述できないようになっている（Dirac, 1939）

カルロ・ロヴェッリ　Carlo Rovelli

イタリア生まれ、エクス・マルセイユ大学の物理学者。主にループ量子重力理論を研究している。1996年に関係量子力学（Relational Quantum Mechanics）を提唱。啓蒙書を多数執筆。

『時間は存在しない』（原著2017年）

『世界は関係でできている』（原著2020年）



http://www.cpt.univ-mrs.fr/~rovelli/

ロヴェッリの考え方１

- アインシュタインが特殊相対論を定式化する以前にローレンツ変換の式は知られていた。しかし、解釈がハチャメチャだった（絶対静止しているエーテルの中で運動する物体は圧縮される、という解釈）
- 観測者に依らない「絶対静止系」や「絶対時間」というものがあると考えて、つじつまを合わせようとしていたからトンチンカンなことを言っていた。
- 絶対静止系などない！と認めてからローレンツ変換の意味を正しく理解できるようになった。

ロヴェッリの考え方２

- それと同様なことが量子論についても言えるんじゃないか？
- 波動関数や状態ベクトルが、観測者に依らない「系の客観的な性質」を表していると考えていたから、波束の収縮や、シュレーディンガーの猫やらの変なミステリーに悩まされたり、 多世界解釈などというムチャな解決策に飛びついたりしていた。
- 絶対的・客観的性質などという観念を捨てて、量子論は物理系と物理系の関係性のみを記述していると思えば、パラドクスは解消する！

谷村による評価 1

- 観測系や被観測系の取り換えや観測データの記録によって「見え方」がどう変わるか、という問題は、CP mapping や CP instrument などの数学的概念として定式化され、量子情報理論ではおなじみのことである。
- 代数的量子論では、「状態」はシステム内部の概念ではなく、システムが外からどう見えるかを記述する概念である。

谷村による評価 2

- ロヴェッリは別に新しいことを言っていないが、悪いことは言っていない。
- 「関係主義」は昔からいろいろな人が唱えている。

ポアンカレ『科学の価値』1

- 「客観的なものは多くの精神に共通のものでなければならず、従って互いに伝達できるものでなければならない」
- 「他の人たちの感覚は我々にとって永久に閉ざされた世界である」「感覚は伝達しえない」
- 「客観的なものは純粋の関係だけにほかならない」
- 「感覚間の関係だけが客観的価値を持ちうるのだ」

ポアンカレ『科学の価値』2

- 「唯一の客観的な実在は事物の関連であって、そこから普遍的調和が生まれるのである」

ポアンカレの立場は、規約主義（数学的に正しいことは、そのように規約したから正しい）だと言われることもあるが、物理的実在に関するポアンカレの態度は、関係主義的だと見られる。

ロヴェッリ『世界は関係でできている』

- 「現象とは、この世界の一つの部分からほかの部分への働きかけなのだ」
- 「ほかのものとは無関係にそれ自体で存在するものはない」
- 「構造は対象に先立つのではなく、対象に先立たないわけでもない」

なんとなく双対性っぽい。

ロヴェッリ『世界は関係でできている』

- 「私たちはこの世界にどうあるべきか教え込もうとするべきではない。それよりもこの世界に耳を傾けてどう考えたらよいのか学ぼうではないか」
- 「何かを知るための最善の方法は、この世界を理解しようと努めながら世界と相互に作用して、自分たちが出会うもの、見つけたものに合わせて己の精神的な枠組みを調整し続けることだ」
- 「思うに、私たちは科学に哲学を順応させるべきなのであって、その逆ではない」

谷村はロヴェッリの主張にシンパシーを感じる。

ロヴェッリ『世界は関係でできている』

- 「自分たちの心的生活（意識やクオリアなど）を既知の自然法則の観点から理解することなどできるはずがない、という異議申し立てをよく見てみると、『私には理解できると思えない』という曖昧な言葉を何の根拠もなく直感のままに繰り返していることがわかる」
- 「そういう哲学者（トマス・ネーゲルを名指ししている）は、ただ、自然科学の進歩への無関心と無理解と無知をあからさまに宣言しているだけだ」

谷村はロヴェッリとすごく気が合う気がする。

まとめ

- 確率の多義性の分類を紹介した（論理・主観・間主観・頻度・傾向）。
- 測れば得られる物理量の値の確率は、測定を行う時空領域に局在していると考える方がすなおだ。
- 相対論的代数的場の量子論は、そのような見方を支持している。
- 量子論は観測系と被観測系の関係を記述していると思えば、波動関数の客観的実在性などに悩まずに済む。

課題

- 「そう言ったからと言って、どうした？」という気はする。
- むしろミクロ・マクロ系の相互作用・相互関係の力学から確率解釈そのものが演繹されるべき。
- エントロピー（アンサンブル的にありえる状態の数）という概念は局所物理量か？という疑問はある。エントロピーも測られる気がしない物理量の代表選手である。しかもエントロピー自体は非可換演算子ではなさそう。

谷村の話はいったん終わり

私の話におつきあいくださり、
ありがとうございました。