

数学・物理通信

1 卷 10 号 2011 年 12 月

編集 新関章三・矢野 忠

2011 年 12 月 9 日

目次

三角関数に関する奇妙な恒等式	3
1.1 はじめに	3
1.2 三角関数に関する恒等式	3
1.3 恒等式の出所	5
1.3.1 方程式の導入	5
1.3.2 1-ソリトン解	6
1.3.3 方程式の双線形型への変換	6
1.3.4 2-ソリトン解	6
1.3.5 3-ソリトン解	7
1.3.6 4-ソリトン解	7
1.4 N -ソリトン解について	8
1.4.1 付加的な恒等式	8
1.4.2 N が奇数の場合	9
1.4.3 N が偶数の場合	9
1.5 おわりに	10
3 . 1 1 地震の統計解析	11
2.1 はじめに	11
2.2 本震直前の1年間の概況	12
2.3 余震活動の概況	12
2.4 地震活動に前兆はあったか	12
2.5 単純統計モデル	14
2.6 98日間解析	15
2.6.1 1日当たり地震発生回数の分布	15
2.6.2 6時間当たり地震発生回数の分布	16
2.6.3 時間間隔分布	16
2.7 まとめ	19
編集後記	20
原稿の募集と投稿規定	21

Contents

1. Kenji SETO and Fumio YOSHIDA: Curious Identities with Trigonometric Functions
2. Fujio TAKAGI: Statistical Analysis of the Earthquake on 3.11
3. Shozo NIIZEKI: Editorial comments

三角関数に関する奇妙な恒等式

Curious Identities with Trigonometric Functions

世戸 憲治¹, 吉田 文夫²
Kenji SETO³, Fumio YOSHIDA⁴

1.1 はじめに

ここでは、奇妙奇天烈にして複雑怪奇な三角関数に関する恒等式について述べる。この恒等式は、ソリトン理論の研究者にとっては、知る人ぞ知るものではあるが、一般的にはあまり知られてはいないようなので、ここで紹介するしだいである。

1.2 三角関数に関する恒等式

まず、3個の独立変数 x_1, x_2, x_3 を用意し、これらにそれぞれ従属な3個の変数 y_1, y_2, y_3 を

$$\sin(y_i) = \gamma \sin(x_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.2.1)$$

で定める。ここに、 γ はパラメータで、この値が $0, \pm 1$ のときは以下の恒等式が自明なものになってしまうので、 $\gamma \neq 0, \pm 1$ とする。また、 $|\gamma|$ が 1 より大きいときは、(1.2.1)の両辺を γ でわって $1/\gamma$ とし、 x_i と y_i の役目を入れ替えて考えれば、一般性を失うことなく、

$$0 < |\gamma| < 1 \quad (1.2.2)$$

と仮定することができる。

¹北海学園大学名誉教授 seto@pony.ocn.ne.jp

²北海学園大学工学部教授 yoshida@cvl.hokkai-s-u.ac.jp

³Professor Emeritus, Hokkai-Gakuen University

⁴Professor, Hokkai-Gakuen University

このとき，三角関数に関するつぎの恒等式が成り立つ．すなわち，

$$\begin{aligned}
& [\cos(y_1 - y_2) - \cos(x_1 - x_2)][\cos(y_2 - y_3) - \cos(x_2 - x_3)][\cos(y_3 - y_1) - \cos(x_3 - x_1)] \\
& \quad \times [\sin(y_1 + y_2 + y_3) - \gamma \sin(x_1 + x_2 + x_3)] \\
& - [\cos(y_1 + y_2) - \cos(x_1 + x_2)][\cos(y_2 - y_3) - \cos(x_2 - x_3)][\cos(y_3 + y_1) - \cos(x_3 + x_1)] \\
& \quad \times [\sin(-y_1 + y_2 + y_3) - \gamma \sin(-x_1 + x_2 + x_3)] \\
& - [\cos(y_1 + y_2) - \cos(x_1 + x_2)][\cos(y_2 + y_3) - \cos(x_2 + x_3)][\cos(y_3 - y_1) - \cos(x_3 - x_1)] \\
& \quad \times [\sin(y_1 - y_2 + y_3) - \gamma \sin(x_1 - x_2 + x_3)] \\
& - [\cos(y_1 - y_2) - \cos(x_1 - x_2)][\cos(y_2 + y_3) - \cos(x_2 + x_3)][\cos(y_3 + y_1) - \cos(x_3 + x_1)] \\
& \quad \times [\sin(y_1 + y_2 - y_3) - \gamma \sin(x_1 + x_2 - x_3)] = 0. \quad (1.2.3)
\end{aligned}$$

この式を証明するには，三角関数の加法定理を利用してすべてをバラしてしまえば良いわけだが，もしそうすると，バラしたときの項数は 2048 項にもなる．計算用紙を数百枚用意し 1 か月もかけるつもりで取り組むと解決するかもしれない．

4 変数に関する恒等式も作ることができる． x_1, x_2, x_3, x_4 を 4 個の独立変数とし，これらに従属な 4 個の変数 y_1, y_2, y_3, y_4 を前と同じく，

$$\sin(y_i) = \gamma \sin(x_i), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (1.2.4)$$

とする．このときの恒等式はさすがに長くなるので，因子に分割した形で表わすことにし，

$$C_{i,j}^{(\pm)} = \cos(y_i \pm y_j) - \cos(x_i \pm x_j), \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad \text{符号同順} \quad (1.2.5)$$

と定義しておいてから，その恒等式は，

$$\begin{aligned}
& C_{12}^{(-)} C_{13}^{(-)} C_{14}^{(-)} C_{23}^{(-)} C_{24}^{(-)} C_{34}^{(-)} [\cos(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) - \cos(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)] \\
& - C_{12}^{(+)} C_{13}^{(+)} C_{14}^{(+)} C_{23}^{(-)} C_{24}^{(-)} C_{34}^{(-)} [\cos(-y_1 + y_2 + y_3 + y_4) - \cos(-x_1 + x_2 + x_3 + x_4)] \\
& - C_{12}^{(+)} C_{13}^{(-)} C_{14}^{(-)} C_{23}^{(+)} C_{24}^{(+)} C_{34}^{(-)} [\cos(y_1 - y_2 + y_3 + y_4) - \cos(x_1 - x_2 + x_3 + x_4)] \\
& - C_{12}^{(-)} C_{13}^{(+)} C_{14}^{(-)} C_{23}^{(+)} C_{24}^{(-)} C_{34}^{(+)} [\cos(y_1 + y_2 - y_3 + y_4) - \cos(x_1 + x_2 - x_3 + x_4)] \\
& - C_{12}^{(-)} C_{13}^{(-)} C_{14}^{(+)} C_{23}^{(-)} C_{24}^{(+)} C_{34}^{(+)} [\cos(y_1 + y_2 + y_3 - y_4) - \cos(x_1 + x_2 + x_3 - x_4)] \\
& + C_{12}^{(-)} C_{13}^{(+)} C_{14}^{(+)} C_{23}^{(+)} C_{24}^{(+)} C_{34}^{(-)} [\cos(y_1 + y_2 - y_3 - y_4) - \cos(x_1 + x_2 - x_3 - x_4)] \\
& + C_{12}^{(+)} C_{13}^{(-)} C_{14}^{(+)} C_{23}^{(+)} C_{24}^{(-)} C_{34}^{(+)} [\cos(y_1 - y_2 + y_3 - y_4) - \cos(x_1 - x_2 + x_3 - x_4)] \\
& + C_{12}^{(+)} C_{13}^{(+)} C_{14}^{(-)} C_{23}^{(-)} C_{24}^{(+)} C_{34}^{(+)} [\cos(y_1 - y_2 - y_3 + y_4) - \cos(x_1 - x_2 - x_3 + x_4)] = 0
\end{aligned} \quad (1.2.6)$$

となる．この式の左辺を加法定理で分解すると，その項数は，実に 524,288 項という途方もないものになる．この式を加法定理でバラして証明するには，おそらく一生をかけてやるくらいの覚悟が必要だろう．昔の人が円周率 π の計算を一生かけてやったように．とても手計算では手が出せそうにもない．

そこで，数式処理ソフト Maple [1] を用いて計算させたところ，3 変数の恒等式 (1.2.3) については，計算時間がほんの数秒でその左辺がゼロになることが証明できた．また，4 変数の恒等式 (1.2.6) については数十分でゼロになることがわかった．数式処理ソフトの威力を思い知らされる結果となった．

この種の恒等式はさらに，5 変数，あるいは，もっと一般に N -変数に拡張することができる．ここではその詳細については述べないが，5 変数のときの恒等式を Maple を用いて実行してみた結果は失敗に終わった．何

時間待っても結果がでてこない．おそらく，パソコンではメモリー不足になってしまいその不足分をハードディスクに書き込みながら計算を進めるので途方もない時間がかかってしまうためだろう．スーパー・コンピュータでならなんとかなるかもしれない．

ここでは，恒等式をいきなり書いてしまったが，次節以下でこれらの式の出所を明らかにしよう．

1.3 恒等式の出所

前節で紹介した恒等式は，離散型の modified Korteweg de Vries (mKdV) 方程式の 3-ソリトン以上の解を求める過程で副産物として現れるものである [2, 3, 4, 5]．以下にその導出方法について説明する．

1.3.1 方程式の導入

まず，2 個の整数添え字 n, j を持つ関数 $\phi_{n,j}$ を用意し，この関数の非線形偏差分方程式を

$$\Delta_j^{(c)} \text{Tan}^{-1}(\phi_{n,j}) = \Delta_n^{(c)} \text{Tan}^{-1}(\gamma \phi_{n,j}) \quad (1.3.1)$$

と設定する．ここに， $\Delta_j^{(c)}$ は中心差分を表し， $\Delta_j^{(c)} f_j = (f_{j+1} - f_{j-1})/2$ のように作用する．添え字 n についても同様である．この式は n, j をそれぞれ，空間，時間の変数とみれば，非線形差分型の波動方程式である．また， γ はパラメータであるが，この値が 0 のときは方程式として意味がないし， ± 1 のときは線形方程式になってしまうので，ここでは $\gamma \neq 0, \pm 1$ と仮定する．さらに， $|\gamma| > 1$ のときは， $\gamma \phi$ を改めて ϕ と定義し直し， n と j の役目を入れ替えて考えれば $|\gamma| < 1$ の場合に帰着できるので，一般性を失うことなく，式 (1.2.2) と同じ

$$0 < |\gamma| < 1 \quad (1.3.2)$$

と仮定することができる．

以下，この方程式を解いていくわけだが，まず， $\phi_{n,j}$ から $f_{n,j}$ へと変数変換

$$\text{Tan}^{-1}(\gamma \phi_{n,j}) = 2\Delta_j^{(c)} \text{Tan}^{-1}(f_{n,j}) \quad (1.3.3)$$

を実行する．この変換で方程式 (1.3.1) は

$$\frac{\Delta_j^{(c)} f_{n,j}}{1 + f_{n,j+1}f_{n,j-1}} = \gamma \frac{\Delta_n^{(c)} f_{n,j}}{1 + f_{n+1,j}f_{n-1,j}} \left(= \frac{\gamma}{2} \phi_{n,j} \right) \quad (1.3.4)$$

と変換される．

ちょっと脇道にそれるが，この方程式は，任意の θ に対する線形変換 T_θ

$$g_{n,j} = T_\theta(f_{n,j}) \equiv \frac{\cos \theta \cdot f_{n,j} - \sin \theta}{\sin \theta \cdot f_{n,j} + \cos \theta} \quad (1.3.5)$$

に対し不変となる．つまり， $f_{n,j}$ が解であればこの変換された $g_{n,j}$ も解となる．この変換 T_θ はつぎの性質

$$T_{\theta_1} T_{\theta_2} = T_{\theta_1 + \theta_2}, \quad T_0 = 1, \quad T_\theta^{-1} = T_{-\theta} \quad (1.3.6)$$

を持ち，回転群を構成する．

1.3.2 1-ソリトン解

方程式 (1.3.4) の最も簡単な解は $f_{n,j} = Z \equiv \exp(kn + \omega j + \delta)$ とおくことである。このとき、分散関係式

$$\sinh(\omega) = \gamma \sinh(k) \quad (1.3.7)$$

の条件のもとに mKdV 型の 1-ソリトン解

$$\phi_{n,j} = \sinh(k) \operatorname{sech}(kn + \omega j + \delta) \quad (1.3.8)$$

が得られる。ここで、 k , ω , δ の新しい 3 個の定数が入ってくるが、 $1/k$ はソリトンの空間的幅を、 $-\omega/k$ は速度を、 $-\delta/k$ は初期位置を、それぞれ表す。また、 γ の正負により、それぞれ左右進行波となる。ソリトンの速さ ω/k を (1.3.7) 式を用いて計算すると、 $\omega/k = \operatorname{Sinh}^{-1}[\gamma \sinh(k)]/k$ となり、 k の値が大きいほど速さも大きくなることわかる。 k の値が異なるいくつかのソリトンが混在していると、大きい k を持つソリトンほど速く遠くに去っていくことになる。この式が分散関係式と言われる所以である。

1.3.3 方程式の双線形型への変換

方程式 (1.3.4) の $f_{n,j}$ を分数型の $f_{n,j} = F_{n,j}/G_{n,j}$ とおき、公式 $F_{n,j \pm 1} = \exp(\pm \partial_j) F_{n,j}$ などを利用するとこの方程式は

$$\frac{\sinh(D_j)F \cdot G}{\cosh(D_j)(F \cdot F + G \cdot G)} = \gamma \frac{\sinh(D_n)F \cdot G}{\cosh(D_n)(F \cdot F + G \cdot G)} \quad (1.3.9)$$

と変換される。ここに、 D_j は広田の微分演算子で

$$\sinh(D_j)F \cdot G = F \sinh(\overleftarrow{\partial}_j - \overrightarrow{\partial}_j)G \quad (1.3.10)$$

を意味する。もともと 1 個の変数 $f_{n,j}$ を 2 個の変数 $F_{n,j}$, $G_{n,j}$ に拡張したことによって、冗長な変数が 1 個余計に含まれることになる。それゆえ、方程式 (1.3.9) を

$$\begin{aligned} \sinh(D_j)F \cdot G &= \gamma \sinh(D_n)F \cdot G \\ \cosh(D_j)(F \cdot F + G \cdot G) &= \cosh(D_n)(F \cdot F + G \cdot G) \end{aligned} \quad (1.3.11)$$

と 2 本の方程式に分解させることが許される。

ここで、 $F = Z = \exp(kn + \omega j + \delta)$, $G = 1$ と置くと前に求めた 1-ソリトン解が得られる。

1.3.4 2-ソリトン解

2-ソリトン解を得るためには方程式 (1.3.11) で、

$$F = Z_1 + Z_2, \quad G = 1 + A_{12}Z_1Z_2 \quad (1.3.12)$$

とおく。ここに、 $Z_i = \exp(k_i n + \omega_i j + \delta_i)$, ($i = 1, 2$) であり、 A_{12} は 2 個のソリトンの結合定数である。実際にこれを方程式 (1.3.11) に代入すると、分散関係式

$$\sinh(\omega_i) = \gamma \sinh(k_i), \quad i = 1, 2 \quad (1.3.13)$$

と結合定数

$$A_{12} = -\frac{\cosh(\omega_1 - \omega_2) - \cosh(k_1 - k_2)}{\cosh(\omega_1 + \omega_2) - \cosh(k_1 + k_2)} \quad (1.3.14)$$

を得る。

1.3.5 3-ソリトン解

3-ソリトン解を求めるときは，2-ソリトン解の素直な拡張でそのまま行ける．ただし，2-ソリトン解までの計算はそれほど難しくはないが，ソリトン数が増えるにしたがい計算は煩雑になる．まず，

$$F = Z_1 + Z_2 + Z_3 + A_{123}Z_1Z_2Z_3, \quad G = 1 + A_{12}Z_1Z_2 + A_{23}Z_2Z_3 + A_{31}Z_3Z_1 \quad (1.3.15)$$

とおく．ここに， $Z_i = \exp(k_i n + \omega_i j + \delta_i)$, ($i = 1, 2, 3$) であり， A_{12} , A_{23} , A_{31} はそれぞれ，2個のソリトンの結合定数， A_{123} は3個のソリトンの結合定数である． F は Z について奇関数， G は Z について偶関数になることに注意する．これを方程式 (1.3.11) に代入すると第一式から，分散関係式

$$\sinh(\omega_i) = \gamma \sinh(k_i), \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.3.16)$$

と，さらにもう一つ付加的な恒等式

$$A_{123}P_0 - A_{12}P_3 - A_{23}P_1 - A_{31}P_2 = 0 \quad (1.3.17)$$

が要求される．ここに，

$$\begin{aligned} P_0 &= \sinh(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) - \gamma \sinh(k_1 + k_2 + k_3) \\ P_1 &= \sinh(\omega_2 + \omega_3 - \omega_1) - \gamma \sinh(k_2 + k_3 - k_1) \\ P_2 &= \sinh(\omega_3 + \omega_1 - \omega_2) - \gamma \sinh(k_3 + k_1 - k_2) \\ P_3 &= \sinh(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) - \gamma \sinh(k_1 + k_2 - k_3) \end{aligned} \quad (1.3.18)$$

と定義した．また，第二式からは2-ソリトン，3-ソリトンの結合定数が，

$$A_{i,j} = -\frac{\cosh(\omega_i - \omega_j) - \cosh(k_i - k_j)}{\cosh(\omega_i + \omega_j) - \cosh(k_i + k_j)}, \quad (1.3.19)$$

$$A_{123} = A_{12}A_{23}A_{31}$$

と決まる．これが3-ソリトン解であるが，はたして (1.3.17) 式は成り立つのであろうか．この式で， $\omega_i = \sqrt{-1} y_i$, $k_i = \sqrt{-1} x_i$, ($i = 1, 2, 3$) とおいて変数を虚数変換することで双曲線関数を三角関数に直し，適当に通分して具体的に表したのが冒頭で述べた奇妙な恒等式 (1.2.3) 式である．

1.3.6 4-ソリトン解

ここまでくると4-ソリトン解がどんな形になるかはもうおわかりのとおり，

$$\begin{aligned} F &= Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + A_{123}Z_1Z_2Z_3 + A_{234}Z_2Z_3Z_4 + A_{341}Z_3Z_4Z_1 + A_{412}Z_4Z_1Z_2, \\ G &= 1 + A_{12}Z_1Z_2 + A_{13}Z_1Z_3 + A_{14}Z_1Z_4 + A_{23}Z_2Z_3 + A_{24}Z_2Z_4 + A_{34}Z_3Z_4 \\ &\quad + A_{1234}Z_1Z_2Z_3Z_4, \end{aligned} \quad (1.3.20)$$

とおいてみる．ここで， $Z_i = \exp(k_i n + \omega_i j + \delta_i)$, ($i = 1, 2, 3, 4$) とし，方程式 (1.3.11) に代入すると，まず第一式から前と同様に分散関係式

$$\sinh(\omega_i) = \gamma \sinh(k_i), \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1.3.21)$$

ができる．このときの計算は項数が多いためかなりの覚悟を決めて辛抱強く進めていくしかない．結果として，3個のときの恒等式 (1.3.17) 式に相当すものが8本もでてくるが，これらをすべてゼロとし，またほかにもキャンセルする項がたくさんあるが，最終的に残る項は，3-ソリトン，4-ソリトンの結合定数について，

$$A_{123} = A_{12}A_{23}A_{31}, \quad A_{234} = A_{23}A_{34}A_{42}, \quad A_{341} = A_{34}A_{41}A_{13}, \quad A_{412} = A_{41}A_{12}A_{24}, \quad (1.3.22)$$

$$A_{1234} = A_{12}A_{13}A_{14}A_{23}A_{24}A_{34} \quad (1.3.23)$$

と求まる．ここに，2-ソリトンの結合定数 $A_{i,j}$ は (1.3.19) で求めたものと同じである．この他に (1.3.11) の第2式から付加的な恒等式

$$A_{1234}Q_0 + A_{123}Q_4 + A_{234}Q_1 + A_{341}Q_2 + A_{412}Q_3 + A_{12}A_{34}Q_{12} + A_{13}A_{24}Q_{13} + A_{14}A_{23}Q_{14} = 0 \quad (1.3.24)$$

が要求される．ここに，

$$\begin{aligned} Q_0 &= \cosh(\Omega) - \cosh(K), \\ Q_i &= \cosh(\Omega - 2\omega_i) - \cosh(K - 2k_i), \\ Q_{i,j} &= \cosh(\Omega - 2\omega_i - 2\omega_j) - \cosh(K - 2k_i - 2k_j), \\ \Omega &= \sum_{i=1}^4 \omega_i, \quad K = \sum_{i=1}^4 k_i, \end{aligned} \quad (1.3.25)$$

と定義した．この式で3-ソリトンのときと同様に， $\omega_i = \sqrt{-1} y_i$ ， $k_i = \sqrt{-1} x_i$ ， $(i = 1, 2, 3, 4)$ と変換することで双曲線関数を三角関数に直して具体的に書き表したものが，前節で述べた奇妙な恒等式 (1.2.6) 式である．

1.4 N -ソリトン解について

ここまでくると一般の N -ソリトン解の形が見えてくるので，関数 F , G を

$$\begin{aligned} F &= \sum_{\ell=1}^{2\ell-1 \leq N} \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1})}^{(1, 2, \dots, N)} A_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1}} Z_{i_1} Z_{i_2} \cdots Z_{i_{2\ell-1}} \right] \\ G &= 1 + \sum_{\ell=1}^{2\ell \leq N} \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_{2\ell})}^{(1, 2, \dots, N)} A_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell}} Z_{i_1} Z_{i_2} \cdots Z_{i_{2\ell}} \right] \end{aligned} \quad (1.4.1)$$

とおいてみる．ここで，1-ソリトンの結合定数 A_i は，1-ソリトンでは結合のしようもないのだが， $A_i \equiv 1$ ととることにし，各ソリトン因子 Z_i は前と同じく， $Z_i = \exp(k_i n + \omega_i j + \delta_i)$ ， $(i = 1, 2, \dots, N)$ ととることにする．また，2番目の和記号にある添え字 $(i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1})$ は，全体集合 $(1, 2, \dots, N)$ の中の $2\ell - 1$ 要素からなる任意の部分集合であり，和はこれらすべての部分集合についてとることを意味する．

この F , G の形 (1.4.1) を方程式 (1.3.11) に代入すと，各ソリトンの分散関係式および2-ソリトンの結合定数 $A_{i,j}$ が，それぞれ (1.3.16), (1.3.19) の形で求まることがみてとれる．3- またはそれ以上のソリトンの結合定数については，

$$A_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} = \left[\prod_{k=1}^{\ell-1} A_{i_k, i_\ell} \right] A_{i_1, i_2, \dots, i_{\ell-1}}, \quad (\ell = 3, 4, \dots, N) \quad (1.4.2)$$

となるが，この式を再帰的にみれば， $A_{i_1, i_2, \dots, i_\ell}$ はその添え字に含まれるすべての2-ソリトンの結合定数の積になることに他ならない．ここまでのことはすべて予期されたとおりである．

1.4.1 付加的な恒等式

問題は，付加的な恒等式がどうなるかである．これまでの経験からすると，3-ソリトンのときは，(1.3.11) の第一式で $Z_1 Z_2 Z_3$ の係数をゼロと置いたとき，また，4-ソリトンのときは，(1.3.11) の第二式で $Z_1 Z_2 Z_3 Z_4$ の係数をゼロとしたときにでてくるのがわかっている．この事実から，一般の N -ソリトンのときは， N が奇数，および偶数にしたがって，それぞれ，(1.3.11) の第一式，第二式で $Z_1 Z_2 \cdots Z_N$ の係数をゼロとしたときにでるにちがいない．

1.4.2 N が奇数の場合

まず，奇数の方から， $N = 2n - 1$ ， $(n \geq 2)$ として，(1.4.1) の F, G を方程式 (1.3.11) の第一式に代入し， $Z_1 Z_2 \cdots Z_{2n-1}$ の係数をゼロとおくと，

$$A_{1,2,\dots,2n-1} P_0 - \sum_{\ell=1}^{n-1} \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1})}^{(1,2,\dots,2n-1)} A_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1}} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1}}} P_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1}} \right] = 0 \quad (1.4.3)$$

ここに，

$$\begin{aligned} P_0 &= \sinh(\Omega) - \gamma \sinh(K) \\ P_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1}} &= \sinh(\Omega - 2\omega_{i_1} - 2\omega_{i_2} \cdots - 2\omega_{i_{2\ell-1}}) - \gamma \sinh(K - 2k_{i_1} - 2k_{i_2} \cdots - 2k_{i_{2\ell-1}}) \\ \Omega &= \sum_{i=1}^{2n-1} \omega_i, \quad K = \sum_{i=1}^{2n-1} k_i \end{aligned} \quad (1.4.4)$$

と定義した．また， A の添え字にある $\overline{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1}}$ は全体集合 $(1, 2, \dots, 2n-1)$ に対する部分集合 $(i_1, i_2, \dots, i_{2\ell-1})$ の補集合を意味する．例として， $A_{\overline{1}} = A_{2,3,\dots,2n-1}$ ， $A_{\overline{1,2}} = A_{3,4,\dots,2n-1}$ 等である．

(1.4.3) 式は (1.4.1) 式の F の定義にある ℓ 番号をそのまま生かし， G の ℓ 番号は全体が Z 因子について， $Z_1 Z_2 \cdots Z_{2n-1}$ になるように作ったものである．逆に G の方の ℓ 番号を生かして作ると

$$A_{1,2,\dots,2n-1} P_0 + \sum_{\ell=1}^{n-1} \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_{2\ell})}^{(1,2,\dots,2n-1)} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell}}} A_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell}} P_{i_1, i_2, \dots, i_{2\ell}} \right] = 0 \quad (1.4.5)$$

となる．これは内容的には (1.4.3) 式とまったく同じであるが，表現の仕方が違う．さらに，(1.4.3) 式と (1.4.5) 式を足して 2 で割ると，

$$A_{1,2,\dots,2n-1} P_0 + \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^{2n-2} (-)^\ell \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_\ell)}^{(1,2,\dots,2n-1)} A_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_\ell}} P_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} \right] = 0 \quad (1.4.6)$$

となるが，この中には同じ項がダブって入っている．実際， $\ell = n - p$ ， $(p = 1, 2, \dots, n-1)$ の項と $\ell = n + p - 1$ の項は同じものになるので和は半分だけとればよく，

$$A_{1,2,\dots,2n-1} P_0 + \sum_{\ell=1}^{n-1} (-)^\ell \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_\ell)}^{(1,2,\dots,2n-1)} A_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_\ell}} P_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} \right] = 0 \quad (1.4.7)$$

となる．このように付加的にでてくる恒等式は内容はいずれも同じであるが，その表現の仕方は一通りではないことを注意する．

1.4.3 N が偶数の場合

同様に，ソリトン数が偶数のとき， $N = 2n$ ， $(n \geq 2)$ として，(1.4.1) の F, G を (1.3.11) の第二式に代入して， $Z_1 Z_2 \cdots Z_{2n}$ の係数をゼロとすると，

$$A_{1,2,\dots,2n} Q_0 + \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^{2n-1} \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_\ell)}^{(1,2,\dots,2n)} A_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_\ell}} Q_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} \right] = 0 \quad (1.4.8)$$

となる．ここに，

$$\begin{aligned} Q_0 &= \cosh(\Omega) - \cosh(K) \\ Q_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} &= \cosh(\Omega - 2\omega_{i_1} - 2\omega_{i_2} \cdots - 2\omega_{i_\ell}) - \cosh(K - 2k_{i_1} - 2k_{i_2} \cdots - 2k_{i_\ell}) \\ \Omega &= \sum_{i=1}^{2n} \omega_i, \quad K = \sum_{i=1}^{2n} k_i \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

と定義した．この (1.4.8) 式もダブル項が存在し， $\ell = n - p$ ， $(p = 1, 2, \dots, n - 1)$ の項と $\ell = n + p$ の項が同じになり，また， $\ell = n$ のときは，一つの組み合わせ (i_1, i_2, \dots, i_n) とその補集合 $(\overline{i_1, i_2, \dots, i_n})$ は同じ項になるので，和は半分だけとればよく，

$$A_{1,2,\dots,2n}Q_0 + \sum_{\ell=1}^{n-1} \left[\sum_{(i_1, i_2, \dots, i_\ell)}^{(1,2,\dots,2n)} A_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_\ell}} Q_{i_1, i_2, \dots, i_\ell} \right] + \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_n) \neq (\overline{i_1, i_2, \dots, i_n})}^{(1,2,\dots,2n)} A_{i_1, i_2, \dots, i_n} A_{\overline{i_1, i_2, \dots, i_n}} Q_{i_1, i_2, \dots, i_n} = 0 \quad (1.4.10)$$

となる．

(1.4.7) 式で $n = 2$ としたときは，言うまでもなく先に求めた 3-ソリトンのときの恒等式 (1.3.17) と一致し，また，(1.4.10) 式で $n = 2$ としたときは，前の 4-ソリトンのときの (1.3.24) 式と一致している．ついでながら，(1.4.7) 式で $n = 1$ とすると 1-ソリトンの分散関係式そのものとなり，(1.4.10) 式で $n = 1$ とすると恒等的にゼロとなる．

1.5 おわりに

ここでは，離散型 mKdV 方程式の多ソリトン解を求める過程で副産物として生じる奇妙な恒等式について述べた．これら恒等式は，変数の個数が 3, 4 個の場合は，パソコン上で数式処理ソフトを用いて証明することができたが，5 個上の変数を含む場合はまだ証明されてはいない．もっと上位機種のコピュータを用いればより変数が増えた場合も証明されるであろうが，しょせん数式処理ソフトを用いて証明されるのは，変数の個数が有限個の場合でしかない．一般の個数の場合のエlegantな証明方法はないものかと考えてしまうが，この恒等式は高等式すぎて，その奇妙奇天烈複雑怪奇さに降参せざるを得ない．

また，こんな恒等式は何の役にたつのだろうか．どなたかこの恒等式の使い道を考えていただきたい．

参考文献

- [1] Maple is the registered trademark of Waterloo Maple Inc. (Canada).
- [2] R. Hirota: *Discrete Analogue of a Generalized Toda Equation*, J. Phys. Soc. Jpn. **50**, (1981), 3785.
- [3] R. Hirota: *Direct Method in Soliton Theory*, (Iwanami Shoten, Tokyo, 1992) [in Japanese].
- [4] R. Hirota: *Nonlinear Partial Difference Equation I-V*, J.Phys.Soc.Jpn. **43**, 1423, 2074,2079; **45**, 321; **46**, 312 (1977-8).
- [5] S. Saito and N. Saitoh: *A Characterization of Discrete Time Soliton Equations*, J. Phys.Soc. Jpn. **70**, (2001), 3517.

3 . 1 1 地震の統計解析

Statistical Analysis of the Earthquake on 3.11

高木富士夫⁵
Fujio TAKAGI⁶

2.1 はじめに

2011年3月11日14時46分に東日本太平洋沖でマグニチュード9.0の巨大地震が発生した。それは最大震度7の強烈で長い揺れと大津波を伴って東北地方と関東東北部を襲い、福島第1原発の重大事故を惹起した。千年に1度の大地震、大津波とはどんなものか1度も考えたことが無かったのに実際に起こったことが筆者にとっては大きなショックであった。

以前から筆者は素人ながら地震予知に興味を持っていた。特に30数年周期で発生するマグニチュード7.5クラスの宮城県沖地震に注目し、1978年6月の地震に続く次の宮城県沖地震の発生確率を簡単な統計模型を用いて計算して、政府の地震調査研究推進本部の発表値と比べたりしていた。^[1]しかし、この“想定された”宮城県沖地震をはるかに上回る規模の巨大地震が大方の予想、予測、予知がなかったのに起こってしまった。

筆者は地震学の専門家ではないが、理論物理学者のはしくれとしてこの事を自分の恥じだと感じる。しかし今更取り返しはつかないので、これを地震研究の好機ととらえて、3月11日の大地震（以下本震と呼ぶ）前後の地震活動について地震学の素人でもできる簡単な統計解析をやってみた。データは総て気象庁がホームページで公表している地震情報から得た。^[2]いくつかの興味ある結果が得られたが、ここではその一部を報告する。

2節では本震以前の1年間の日本近辺の地震活動の概況を、3節では本震以降現在までの余震活動の概況を述べる。4節では本震以前の地震活動に前兆現象があったかどうかを概観する。5節では統計解析の対象を一定時間当たりの地震発生回数の分布および引き続く2つの地震の発生時刻の差すなわち時間間隔の分布に絞り、これらの分布の理論値を与えるために簡単な確率過程の模型を設定する。観測データの解析例を6節に示す。

各論に入る前に、各節で共通に用いられる記号を定義する。

S : ある地震について日本各地の観測点で観測された震度の最大値（最大震度）

M : 地震の規模を表す指標マグニチュード

N : 一定時間当たりの日本近辺（気象庁観測範囲）での地震発生回数

t : 地震の発生時刻、あるいは引き続いて起こる2つの地震の発生時刻の間隔

特に断らないで地震の発生回数を議論しているときは、 $S \geq 1$ を満たす地震を指すものとする。地震の発生回数や引き続く地震の時間間隔というとき、対象とする地震の満たすべき条件として震央地を限定する場合と限定しない場合が考えられるが、ここでは震央地を限定せず、日本近辺の気象庁観測範囲すべてとする。なお震源と震央は異なるものを意味するが、ここでは震源の深さを議論しないので、厳密な区別をせず、震源とか震源域という言葉を主に使う。

⁵ftakagi@jn3.so-net.ne.jp

⁶Former Professor, Tohoku University and Ishinomaki Senshu University

2.2 本震直前の1年間の概況

本震以降の余震活動の激しさと比較するため、また前兆現象を探るために、さかのぼって2010年1月1日から2011年3月10日までの地震活動をおおまかに調べた。その結果をまとめると次のようになる。

i) 2010年1月から12月までの12ヶ月間で1311回の地震が各地で発生した。そのうち、9、10月を除く10ヶ月間の地震活動は定常的であり、1日当たりの地震発生回数は平均3.37であった。すなわち $\bar{N}[\text{day}^{-1}] = 3.37$ 。

ii) 2010年9月、10月は、その前後の時期に比べて地震活動が活発になり、発生回数が40%増加した。その内訳で最も注目されるのは、福島県中通りを震源とする53回の連続地震で、9月29日から10月2日まで続いた。その他に10月3日に新潟県上越地方で9回の連続地震、10月17日に伊豆大島近海で7回の連続地震があった。

2.3 余震活動の概況

3月11日の本震直後から激しい余震活動が始まったが、3月下旬までにはかなり減衰した。しかし4月11、12日に出現した激しい活動をはさんで、その後は減衰傾向が弱まり、本震から200日が過ぎる9月下旬に至っても余震活動は依然として活発である。最初の150日間について、最大震度1以上の地震発生回数/日の推移を図2.1に示す。本震直後の3月11日午後と3月12日には合計で214回の地震が発生した。これは $N[\text{day}^{-1}] = 159$ に相当し、2010年の定常期の発生頻度の $159/3.37 = 47.2$ 倍である。この極めて激しい活動は翌13日からは減衰して3月18日頃には $N[\text{day}^{-1}] \approx 30$ となり、それ以降は活発な時期と比較的不活発な時期を繰り返しながら、均すと定常的に見える状態が7月まで続いた。ただし4月11日、12日の二日間だけは本震直後に匹敵する極めて活発な状態が出現し、二日間だけで145回の地震が発生した。この二日間を除く3月18日から6月25日までの98日間の地震発生回数は2278であり、 $\bar{N}[\text{day}^{-1}] = 2278/98 = 23.24$ である。これは2010年の定常期の発生頻度の $23.24/3.37 = 6.90$ 倍である。なお4月7日には宮城県沖を震源とする $M = 7.4$ 、 $S = 6$ 強の地震が発生した。この M の値は10月16日現在までに発生した余震中最大である。

ここで震源または震央地の分布について触れる。本震の震央地は三陸沖であるが、そこを中心とする東西200km、南北500kmの広大な領域が震源域だとされている。その海底で大規模な断層運動、地殻変動があった事がGPSや地震波データの解析から分かったからである。^[3] 実際、本震以後の地震活動はこの震源域で最も活発である。しかし周辺領域の秋田県内陸、新潟県中越地方、長野県、静岡県、山梨県、和歌山県なども通常よりはるかに活発であり、本震震源域よりはるかに広い領域で相互に関連しながら余震活動が続いていると考えられる。

2.4 地震活動に前兆はあったか

地震の前兆としてはいろいろ考えられるが、ここでは本震以前の地震活動そのものに限定して、本震の前兆現象らしいものが無かったかどうかを調べる。2010年1月までさかのぼるとき、次のような候補が挙げられる。

- i) 2010年9月末～10月初の福島県中通りを震源とする連続地震（合計53回）
- ii) 2011年1月の静穏期（2010年の平常期に比べて26%減衰）
- iii) 2011年2月27日の岐阜県飛騨地方連続地震（合計28回。そのうち2回は $M = 5$ クラス）
- iv) 3月9日から3月11日早朝にかけての三陸沖連続地震（合計43回。そのうち1回は $M = 7$ クラス、6回は $M = 6$ クラス、17回は $M = 5$ クラス）
- v) 本震直前の長い空白時間（7時間2分の空白）

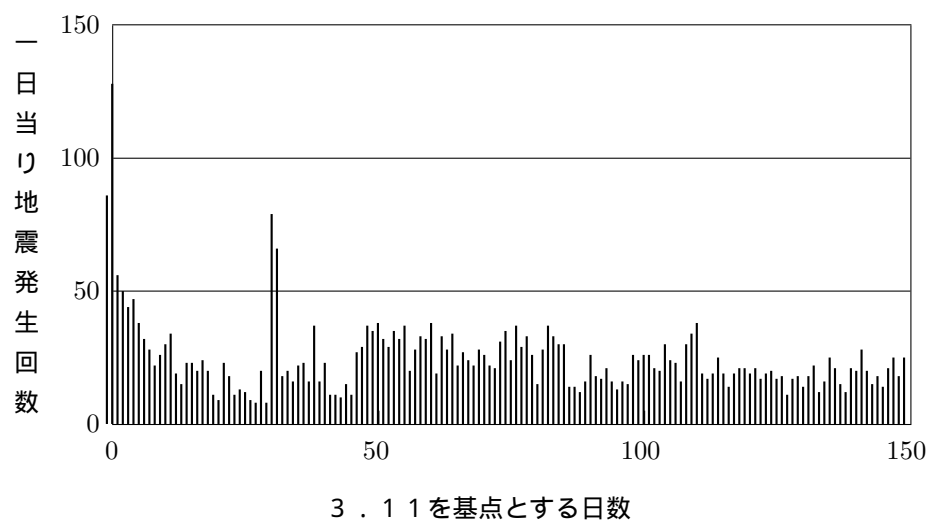


図 2.1: 地震発生回数 / 日の推移

福島県浜通は本震震源域の中でも最も余震活動が激しい地域の1つである。従ってこれと地域的に近い i) の連続地震は前兆であった可能性が高い。同様に、周辺域の中では岐阜県に近い新潟県中越地方と長野県の余震活動が特に激しいので、iii) は前兆の可能性がある。最も激しい現象である iv) の三陸沖連続地震は、震央地が本震と同じで期間も本震直前であるから、本震の前兆現象と見なすことができる。ちなみに神山真氏(東北工業大学)のGPSデータの解析結果によると、東北地方の太平洋沿岸は2000年以来東西方向については西向きに動いていたが、本震の前にその動きが停止して、3月8日から本震直前までに東に2~4cm動いたという。神山氏は「この現象は予兆といえる。」と言っている。^[4] 東へ動いた時期と三陸沖連続地震の時期が丁度重なっているのは示唆的である。v) の現象が有意に異常かどうかの判定は次節で行う。

2.5 単純統計模型

地震発生のメカニズムについては観測技術と理論の両面で研究が進んでいるようであるが、天気予報のように近未来の地震発生を予知予報する段階には程遠いようである。しかし地震が一種の破壊現象であることは確かだろう。破壊現象はフラクタルとも関係する複雑な現象である。そこで、ここでは「地震の発生は一種の確率過程である」と仮定し、地震発生の確率をパラメーターとして一定時間内の地震の発生回数や引き続く地震の発生時刻の間隔に関する観測データを解析する。

微小時間 dt の間に地震が発生する確率を Pdt とし、 P は t に依らない定数とすると、時間 T の間に発生する地震の回数 N [T^{-1}] は Poisson 分布

$$Q(N, P, T) = e^{-PT} \frac{(PT)^N}{N!} \quad (2.5.1)$$

に従い、 N の期待値を \bar{N} とすると

$$\bar{N} = \sum_{N=0}^{\infty} NQ(N, P, T) = PT \quad (2.5.2)$$

となる。また、ある地震が起きた時刻を時間の原点に取るとき、次の地震が時刻 t と $t + dt$ の間に発生する確率を $I(t)dt$ とすると、 $I(t)dt = (1 - Pdt)^{t/dt} Pdt$ であるから

$$I(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} P(1 - Pdt)^{t/dt} = Pe^{-Pt} \quad (2.5.3)$$

となる。このとき、引き続く2つの地震の発生時刻の差すなわち時間間隔が T 以上である確率を $L(T)$ とすると

$$L(T) = \int_T^{\infty} I(t)dt = e^{-PT} \quad (2.5.4)$$

となる。

以上の結果を用いて3月11日の本震直前に7時間2分 = 422分の空白時間が発生したのは確率的に非常に稀なことかどうか判定したい。それには P の値をいくらに取るかが決定的に重要である。地震活動が小康状態にあった2月28日から3月8日までの9日間を基準にとると、地震は合計39回発生したから $P[\text{day}^{-1}] = 39/9$ 。これは1日当たりの N の平均値に等しい。1分当たりに換算すると $P[\text{min}^{-1}] = 39/(9 \times 24 \times 60) = 3.01 \times 10^{-3}$ 。従って(2.5.4)より、 $L(422) = \exp(-3.01 \times 10^{-3} \times 422) = 0.281$ 。この値は1と同じオーダーであるから、本震直前の422分(以上)の空白は稀な事とは言えない。しかし3月9日と3月10日の2日間を基準にとると、この2日間だけで地震は47回発生しているから、 $P[\text{min}^{-1}] = 47/(2 \times 24 \times 60) = 0.0163$ 。従って $L(422) = \exp(-0.0163 \times 422) = 1.03 \times 10^{-3}$ 。今度は $L(422)$ が非常に小さいので、422分の空白は稀な事象であり、ひいては前兆であった可能性が高いと言える。というわけで、基準の取り方で判定結果が変わるので、どちらの基準の取り方が正しいかという問題になる。常識的に考えれば、当該事象により近い期間を基準にとる方がよさそうではある。

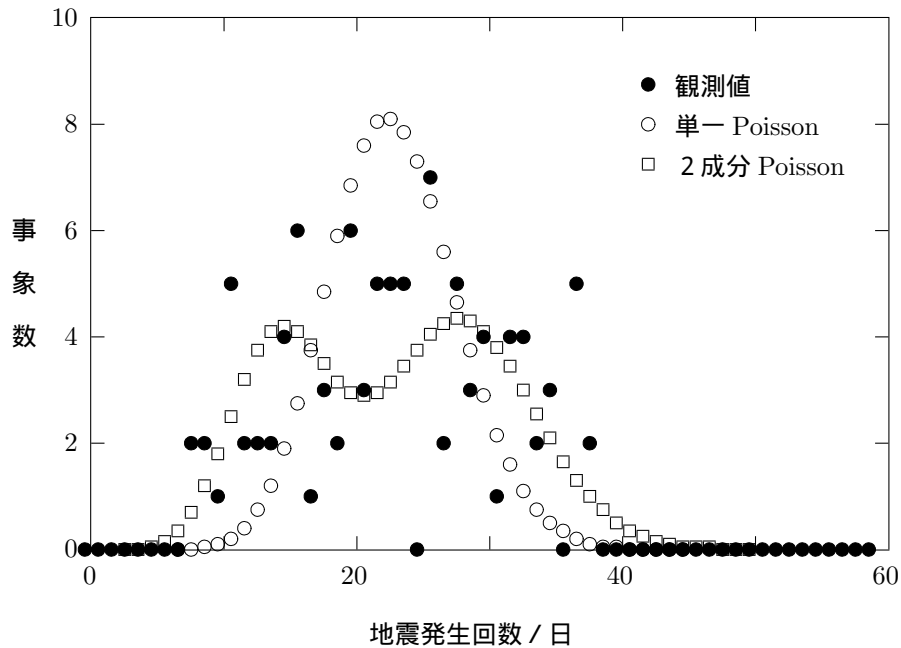


図 2.2: 98 日間の地震発生回数 / 日の分布

2.6 98 日間解析

3 節で述べたように，3 月 18 日から 6 月 25 日までの 100 日間のうち，4 月 11 日，12 日を除く 98 日間は余震活動が活発ではあるが，均すとおおむね定期的に見える．そこでこの 98 日間の観測データを単純統計モデルと比べてみる．

2.6.1 1 日当たり地震発生回数の分布

1 日すなわち 0 時 0 分から 24 時 0 分までの 24 時間に発生する地震の数を $N[\text{day}^{-1}]$ として，以下この小節では単位を省略して単に N とする．観測された N 分布を図 2.2 に示す． N は 8 から 38 の間に非常にばらついた形で分布し，平均値 23.24 (2.3 節参照) の近くに明瞭なピークを持っていない．従って明らかに Poisson 分布とはいえない．実際， χ^2 検定をやってみると，観測された分布の χ^2 統計量は χ^2 分布に比べて 1 桁大きくなり，単一 Poisson 分布という仮説は有意水準 0.1% で棄却される．ということは，この期間の地震活動を P 一定の確率過程とみなすことはできないということである．

そこで次に，この期間において地震活動は活発な時期と比較的不活発な時期があったと仮定してみる．活発な時期と不活発な時期の地震発生確率をそれぞれ P_1 および P_2 とする．それぞれの時期の割合 (重み) を C_1 および C_2 とすると

$$0 \leq C_1 \leq 1, \quad 0 \leq C_2 \leq 1, \quad C_1 + C_2 = 1 \quad (2.6.1)$$

このとき規格化された N 分布は平均値がそれぞれ

$$\bar{N}_1 = P_1 T, \quad \bar{N}_2 = P_2 T \quad (2.6.2)$$

の2つの Poisson 分布の重み付きの和すなわち

$$C_1 Q(N, P_1, T) + C_2 Q(N, P_2, T) = C_1 e^{-\bar{N}_1} \frac{\bar{N}_1^N}{N!} + C_2 e^{-\bar{N}_2} \frac{\bar{N}_2^N}{N!} \quad (2.6.3)$$

で与えられ, N の平均値は

$$\bar{N} = C_1 \bar{N}_1 + C_2 \bar{N}_2 = 23.24 \quad (2.6.4)$$

となる. なお (2.6.2) において $T = 1 \text{ 日} = 24 \text{ 時間} = 1440 \text{ 分}$ である.

4 個のパラメータ $C_1, C_2, \bar{N}_1, \bar{N}_2$ に対して条件が (2.6.1), (2.6.4) の 2 個であるから, 自由度は 2 である. この自由度の範囲内で χ^2 統計量を最小化した結果は

$$C_1 = 0.59, \quad C_2 = 0.41, \quad \bar{N}_1 = 28.8, \quad \bar{N}_2 = 15.24 \quad (2.6.5)$$

となる. この場合, χ^2 統計量の値は単一ポアソン分布の場合の約 1/4 分の 1 となり, 5% 有意水準で仮説は棄却されないという結果が得られる. しかし図 2.2 においては事象数が少ないために観測された分布と 2 成分ポアソン分布がよく合っているのかどうか見ただけでは分かりにくい. そこで次に, 事象数が多い分布について観測値とモデルを比較してみる.

2.6.2 6 時間当たり地震発生回数の分布

1 日を 0 時 0 分, 6 時 0 分, 12 時 0 分, 18 時 0 分を境目として 4 等分して, 6 時間当たりの地震発生回数 $N[6 \text{ hour}]$ の分布を考える. 事象数は前節の場合の 4 倍すなわち $98 \times 4 = 392$ となる. N の観測値の平均は

$$\bar{N} = \frac{2278}{4 \times 98} = 5.811 \quad (2.6.6)$$

となり, 一方 2 成分ポアソン分布の 2 つの平均値は (2.6.5) より

$$\bar{N}_1 = \frac{28.8}{4} = 7.2, \quad \bar{N}_2 = \frac{15.24}{4} = 3.81 \quad (2.6.7)$$

となる. 今度は単一ポアソン分布は (2.6.6) を用いて, また 2 成分ポアソン分布は (2.6.3), (2.6.5) の C_1, C_2 および (2.6.7) を用いて計算される. 結果を図 2.3 に示す. 単一ポアソン分布は観測された分布に合わないが, 2 成分ポアソン分布はよく合う. 図 2.2 の場合と異なり, 2 成分でもピークは 1 つしかない. 2 成分ポアソン分布は前節の 1 日当たり地震発生回数分布の解析結果に基づく予言値であるから, これで十分であるが, 仮にここで用いた 2 成分ポアソン分布を帰無仮説と見なして χ^2 検定をすると, 仮説は 50% 有意水準で棄却されないという結果が得られる. そこで最後に, ここで決定された 2 成分モデルのパラメータを用いて時間間隔分布を計算して, 観測された分布と比較する.

2.6.3 時間間隔分布

地震 (という事象) が n 回発生したとする. この時, 引き続き 2 つの地震の発生時刻の差すなわち時間間隔 (の値がいくら) という事象数は $n - 1$ である. n が十分大きければ -1 は無視できる. このことを考慮すると, 1 に規格化した時間間隔分布は単一成分の場合は (2.5.3) で与えられ, 2 成分の場合は

$$I(t) = \frac{C_1 P_1^2 e^{-P_1 t} + C_2 P_2^2 e^{-P_2 t}}{C_1 P_1 + C_2 P_2} \quad (2.6.8)$$

となる. ここで P_1, P_2 は (2.6.2) より

$$P_1 = \frac{\bar{N}_1}{T}, \quad P_2 = \frac{\bar{N}_2}{T} \quad (2.6.9)$$

で与えられる. 9 8 日間の地震発生回数は 2278 であることを考慮し, (2.6.5), (2.6.8), (2.6.9) を用いて計算した 2 成分モデルの予言値を観測された分布と比較する. 図 2.4 に示されるように, 予言値と観測値の一致は良好である. ただし詳しく見ると時間間隔 2 5 0 分以上では計算値を多少上回っている観測値が多い.

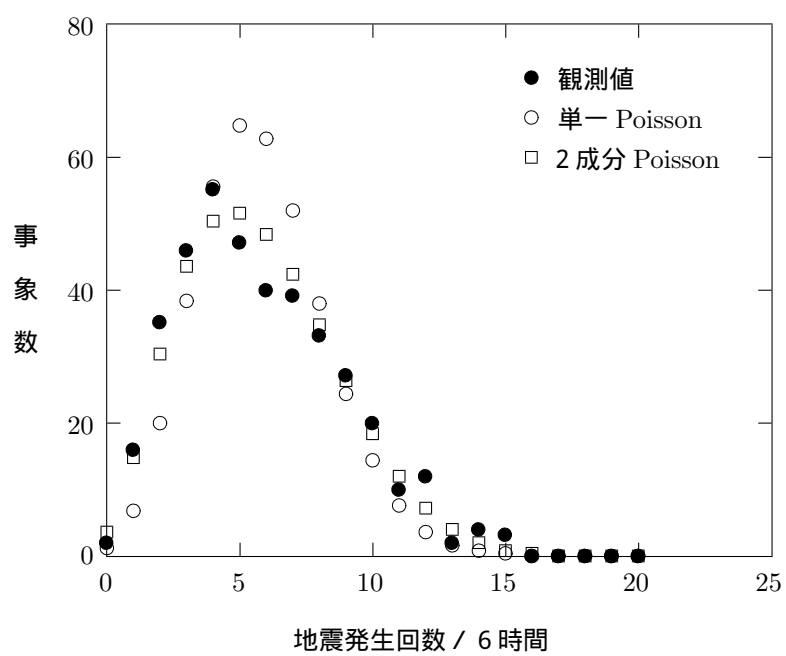


図 2.3: 98 日間の地震発生回数 / 6 時間の分布

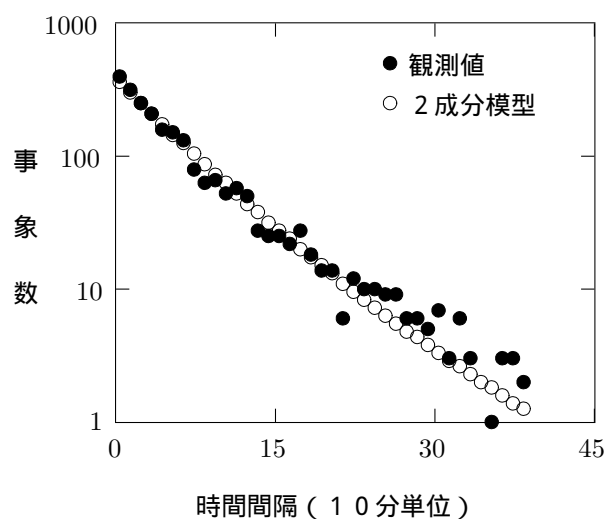


図 2.4: 9 8 日間の地震発生時間間隔分布

2.7 まとめ

本震が発生した3月11日から早くも半年が過ぎた。しかし余震活動は依然として活発な時期と比較的不活発な時期を繰り返しながら、極めてゆっくり減衰しているように見える。最近新たに目立つ現象は北海道浦河沖を震源とする地震活動が活発になっていることである。本震の発生メカニズムが解明されていない以上、4月7日の $M = 7.4$ の余震を上回る大きな余震が今後起こるのかどうか予断を許さない。本ノートでは、地震は極めて複雑な現象だから、これを確率的にとらえるのが有効ではないかと考え、簡単な統計モデルを設定した。3月18日から6月下旬までの98日間については、活発な時期と比較的不活発な時期が混ざっているとすると、モデルの予言と観測データがよく合うことが示された。ただし扱った観測量は地震の発生回数と発生時間間隔の2つだけである。これらの結果が本震及び余震の発生メカニズムを解明する上で役に立つかどうかは今後の課題である。

地震の発生メカニズムを研究する上では、震源やマグニチュードに関する観測データが重要である。そこでこれらの情報またはこれらの情報と地震発生回数、時間間隔の情報を組み合わせた解析もいくつか試みて、興味ある結果を得た。例えばマグニチュードの大きい地震に注目するとき、本震震源域での余震活動のうちで最も激しかったのは福島県から茨城県にかけての内陸と太平洋沖合であった。時間間隔が非常に小さい場合、例えば0分（異なる震源でほとんど同時に発生する場合）とか1分差の場合、単純統計モデルだけでは説明できない観測データもある。地震は夜中に起こることが多いような気がするが、観測データの上で確かめられるか、などなど。これらについては次の機会があれば報告したい。

(2011.10.20)

参考文献

- [1] 高木富士夫、「予測できること、できないことー地球温暖化から株価の変動まで」（平成21年度みやぎ県民大学 石巻専修大学開放講座講義録 未来予想図 - これからの世界、そして日本 - 石巻専修大学 大学開放センター編）49.
- [2] 気象庁ホームページ, <http://www.jma.go.jp/jp/quake>
- [3] 日経サイエンス (2011.6) 24-35
- [4] 3.11の「予兆」解析, 河北新報朝刊第3面 (2011.7.8)

編集後記

2011年12月となった。10号を発行する。各号のページ数を多くしたくないために12月中にさらに11号を発行を予定している。

11号をもって第1巻を閉じて、来年3月発行予定の次々号から第2巻をはじめる。第1巻が11号で終わるという変な号数になってしまったが、読者の方々にご寛容をお願いしたい。

ほとんど毎号のご寄稿という中西先生の活動の活発さに触発されて、世戸さんが今回2度目の論文を投稿してくださいました。また、高木さんには3.11地震に関する論文を投稿して頂いた。二人に深く感謝をしたい。

今回の10号で強く感じたことは、高木さんの実に見事な4枚のグラフ図です。Texのpicture環境でこのような美しいグラフを描けるとは思ってもいませんでした。私にとってはやさしい関数のグラフを描くことですら大変なのに、御苦労なされたことと思います。

今号はページ数を少なくしたので、久しぶりに投稿規程等をつけておく。まだ、この投稿規程等は流動的であり、最終的なものではないが、基準になるものがほしいからである（新関章三）

原稿の募集と投稿規定

原稿の募集

1. 雑誌の編集者と発行人

この「数学・物理通信」は新関章三（元高知大学）と矢野 忠（元愛媛大学）が編集および発行する、主にメールで配布する個人的な季刊の雑誌、もっと正確にはサーキュラーです（以後簡単のために「通信」という）。

2. 雑誌の目的

この通信はインフォーマルに数学や物理の情報を関心ある人に知らせる目的で発行されるものです。したがって、興味深く、面白いと思われるもので、どこかに発表しておきたいこととか研究としては価値がないかもしれないが、教育上の意味があると考えられるような論文とかエッセイとかを发表することを目的とします。それで専門的でありすぎるものとか、もしオリジナリティを強く主張されたいような場合には適切な別の雑誌に投稿されるようにお願いします。この通信の程度は中学校以上の数学から大学程度の数学を使う数学や物理の話題を対象とします。投稿者は中学校、高校、大学の理数系の学生、教師、研究者や元教師、元研究者、研究所の研究者、会社の技術者その他これに準ずる方とします。

3. 編集の方針

この通信は投稿されたものをそのままの形で掲載します。したがって、内容の審査は行いませんが、もちろん公序良俗に反するものとか、理性に反するような内容とか数学や物理に関係しないことは掲載をお断りすることがあります。原稿に目次をつけられる場合にはページ数を号のページ数に合わせるために変更することはありかもしれませんが、しかし、文章の責任はすべて著者にあります。また、将来において著者がその投稿原稿を自分の著書等に再録することは自由ですが、再録した場合には初出を明記することをお願いします。一号のページ数は26ページを目途とします。原稿のページ数があまり多いようなら、何回かに分けて出すことをお願いします。投稿は1回当たりのページ数を10ページ前後でお願いをしたいと思います。短いのは半ページでも数行でもかまいません。

4. 発行の方針

発行は基本的に Latex で入稿されたものを集めてサーキュラーの形に編集して PDF にして出力してメールで配布します。もちろん少数のプリントアウトも原理的には発行できますが、これは例外とします。また原則として季刊としますが、編集発行人の都合によってはこの原則が変更になることがあります。

5. その他

基本的には自由であることを旨としますが、何か問題が起これば、その都度著者と相談をします。

投稿規定

1. 投稿先と原稿のフォーマット

Latex で A4paper の原稿と dvi のファイルを e-mail に添付書類として yanotad@earth.ocn.ne.jp の矢野忠宛てに送付する。タイトルはセンタリング, 所属, 氏名等はセンタリングまたは右寄せにしてください。上下の余白は 3cm, 左右は 2.5cm を原則としますが, 編集者の都合で変更されることがあります。図や表は本文の該当箇所に張り込んでください。またキャプションをつけてください。白黒印刷であることにご留意ください。

2. 投稿の受付と掲載決定

投稿を受付ければ受付けた旨のメールを確認のため送ります。もっともこれは原稿を受けつけたことの確認であって, そのまま掲載決定にはなりません。掲載ができないときはその後メールをします。特に掲載できない旨のメールが行かなければ, 掲載を認めたものとします。早く結果を知りたい場合は再度確認のメールを上記のメールアドレス宛に下さい。もっとも編集方針でも述べたように普通の良識的な論文やエッセイの場合には受付と同時にほぼ掲載決定とお考えください。

3. 発行時期

季刊で 3 月, 6 月, 9 月, 12 月を原則としますが, 編集者の都合によりその季節の中で前後することがあります。