干渉と識別の相補性

不確定性関係との関わりを巡る論争小史

谷 村　省 吾

1. 干渉と識別

*1) 干渉とは，2 通り以上の経路を伝わって来た波動が重なり合い，強め合ったり弱め合ったりする現象である．音波でも水面の波でも干渉は起こるが，とりわけ光の干渉は身近な現象である．CD や DVD などの記録面が色づいて見えるのも干渉だし，シャボン玉の薄膜が色づくのも干渉である．ディスクの表面には等間隔の凹凸があり，この凹凸で散乱された光が重なり合って，ある方向では強め合い，別の方向では弱め合う．光の波長によって強め合う方向が異なるので，我々の眼には角度によって異なった色が見える．シャボン玉では，薄膜の表面と裏面で反射された光が重なり合って干渉し，膜の厚さと光の角度と波長の兼ね合いで，ところどころ異なった色がつく．チョウの翅(はね)の鮮やかな色にも，翅の表面の鱗粉によって散乱された光が干渉することによって生じる色がある[1]．この種の色は構造色と呼ばれ，最近は自動車の塗装や化粧品にも使われているそうである．

光の干渉はありふれた現象であるが，光に限らず，電子や原子などのミクロな「粒子」はすべて干渉を起こすことができる，というのが量子論の教えるところである．一方で，光もまた粒子性を示し，一つの光子は一定のエネルギーや運動量を運ぶ．

波動は空間に広がって伝わって行くものであるのに対して，粒子は一つ，二つと数えられ，一つの粒子は空間中の一箇所を占める．「粒子」という言葉の定義から言って，一つの粒子が空間中の異なる 2 点を同時に占めることはあり得ないと考えられるのだから，「粒子が干渉を起こす」ことは，言葉の使い方からしておかしいし，この現象を物理としてどう記述し，どう解釈したらよいのかという深刻な問題をもたらす．

ミクロの「粒子」が波動性を備えていることを示す有名な実験は，ダブルスリット実験である（図 1）．使用する粒子は，原子でも電子でも光子でもよいのだが，便宜的に電子と呼ぶ．2 つの切れ目（スリット）を開けた壁に向かって多数の電子を発射し，壁の後方に設置したスクリーンで電子を受け止める．片方のスリットを開けたときは，電子の到達点はなだらかに分布する．両方のスリットを開けたときには，電子の到達点は干渉縞と呼ばれるパターンを作る．このパターンは，各スリットを別々に開けた場合の分布の和ではない．電子は一粒・二粒という単位でぽつりぽつりとスクリーンに到達するのだが，あたかも波動が 2 つのスリットを同時にすり抜けて合流したかのような干渉模様を作るのである．

さらに，電子がどちらのスリットを通過したかを監視する装置を備え付けると，干渉縞は損なわれてしまう．電子の粒子性と波動性は同時には観

*1) 本稿は数理科学（サイエンス社）2009 年 2 月号 (Vol.47-2, No.548) pp.14-21 に掲載された記事を増補・修正したものである．

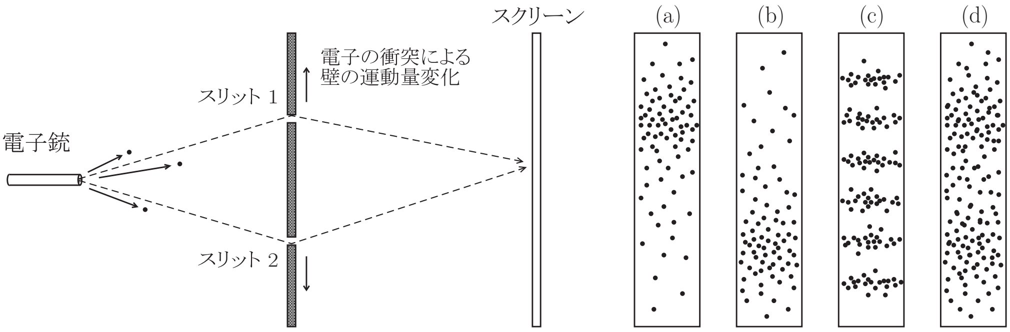

図 1　電子のダブルスリット実験．(a) スリット 1 のみ開けた場合．(b) スリット 2 のみ開けた場合．(c) スリット 1, 2 両方開けた場合．(d) 両方開けて，電子がどちらのスリットを通過するか監視した場合．

測できないように自然は仕組まれているようである.「どういう仕組みが，識別と干渉の両立を妨げているのか」というのがこの記事で議論したい問題である．

この問題は，とくに目新しいものではない．量子力学の成立直後の 1927 年には，量子力学は不完全であると主張する Einstein と量子力学を擁護する Bohr との論争が始まっており，ダブルスリットの問題が提起されている[2)]．朝永振一郎は「光子の裁判」[3)] と題して，どちらの窓を通ったか監視していないときには干渉し，監視員を置くと干渉をやめてしまう光子の不思議議を，面白い小説に仕立て上げている．Feynman の教科書[4)] も，電子の干渉と監視の実験を量子力学の本質を示す現象として取り上げている．

2. 不確定性関係による説明

ダブルスリット実験において，電子の経路を識別しようとすると干渉縞が損なわれる仕組みの説明は，最初に Bohr[2)] によって与えられた．思考実験ではスリット壁を可動な作りにしておく．電子が上のスリットに当たれば電子は上向きの運動量を可動壁に与えるし，電子が下のスリットに当たれば電子は下向きの運動量を可動壁に与える．したがって可動壁の運動量変化を測れば，電子がどちらのスリットを通過したか判定できるであろう．こうしておけば粒子的な特性である唯一の経路を識別しつつ，波動的な干渉縞を観測できるのではないか，というのが Einstein の指摘であった．しかし Bohr は，運動量と位置の不確定性関係のために識別と干渉は両立し得ない，と反論した．通過スリットの識別のために可動壁の運動量を測ろうとすると，可動壁の位置がゆらぎ，干渉縞の山が現れるべき位置に谷が重なり，干渉縞のコントラストが失われるというのが Bohr の説明であった．

もう少し詳しく説明しよう．1926 年に Heisenberg は位置の不確定分 Δq と運動量の不確定分 Δp と Planck 定数 h の間に

$$\Delta q \cdot \Delta p \gtrsim h \tag{1}$$

という関係が成り立つことを発見した[*2)]．これを不確定性関係という．スリットの間隔を d，スリット壁からスクリーンまでの距離を L，波動の波長を λ とすると，($L \gg d \gg \lambda$ のとき）干渉縞の間隔は

$$\rho = L \cdot \frac{\lambda}{d} \tag{2}$$

であるから，スリット壁がぐらぐら動いたとしても，ある程度のコントラストを持った干渉縞ができるためには，スリットの位置のゆらぎ Δq は

$$\Delta q < \rho = L \cdot \frac{\lambda}{d} \tag{3}$$

*2)　式 $A \gtrsim B$ は，不等式 $A \geq cB$ において 10 から $\frac{1}{10}$ 程度の大きさを持つ係数 c を省略した式である．

よりも小さくなければならない．一方で，粒子の運動量を p とすると上または下のスリットに当たった粒子が壁に与える運動量の差は

$$\varepsilon = p \cdot \frac{d}{L} \tag{4}$$

の程度だから，通過スリットの識別のためにはこれより高い精度で壁の運動量を測ってやる必要がある．つまり運動量の測定誤差 Δp は

$$\Delta p < \varepsilon = p \cdot \frac{d}{L} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{d}{L} \tag{5}$$

よりも小さくなければならない．2 つの要請 (3), (5) を同時に満たしたとすると，

$$\Delta q \cdot \Delta p < h \tag{6}$$

でなければならない．しかし，これは不確定性関係 (1) に反する．したがって要請 (3), (5) の両方を同時に満たすことは不可能であり，位置の不確定分が大きすぎて干渉縞がぼやけて見えなくなるか，運動量の不確定分が大きすぎて通過スリットの識別が不可能になるか，どちらかは受け入れなければならない．

粒子らしさを観測するような実験条件を設定すれば粒子らしい振る舞いが見られるし（経路識別実験），波動らしさを観測する設定にすれば波動らしい振る舞いが見られる（干渉実験）．しかし，粒子・波動の両方の性質を同時に観測するような実験のやり方はないし，両方の性質を同時に担うような実体も想定できない．観測とは，観測装置が対象物に働きかけたところに生ずる現象であり，観測結果を対象物だけに帰属させることは意味がないし，異なる条件設定のもとに行われた観測の結果を単独のイメージにまとめることはできない*3)．このようなミクロの世界の性質を Bohr は相補性 (complementarity) と呼んだ．

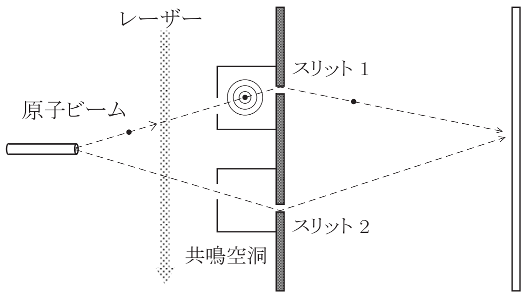

図 2　Englert たちのモデル．原子はレーザーの照射を受けて励起状態になり，共鳴空洞内で光子を放出して基底状態に戻る．

3. 不確定性関係不要論？

さて，ダブルスリット実験において識別と干渉が両立しないのは，可動壁の位置と運動量の不確定性関係のせいだという，いちおうの説明がなされたわけだが，それに対する異論もある．1989 年に Scully, Walther[7] と Englert[8] の 3 人は，粒子と運動量のやり取りをしない装置でも，経路の識別ができるというモデルを提唱した．彼らの案では 2 つのスリットの直前に共鳴空洞（中空の金属箱）を置く（図 2）．飛んでいる原子が空洞に入る前に，原子にレーザーを当てて励起状態にしてやる．原子は 2 つの共鳴空洞のうち一方の内部で光子を放出して基底状態に戻る．したがって，空洞内の光子を調べれば原子がどちらのスリットを通ったかが分かる．

式で書くと，監視装置を備えていないときの原子の波動関数が

$$\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x)$$

であり，このうち $\psi_1(x)$ がスリット 1 を通過した波動関数，$\psi_2(x)$ がスリット 2 を通過した波動関数である．スクリーン上の位置 x に原子を見出す確率は

$$|\psi(x)|^2 = |\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2 + 2\,\mathrm{Re}\,\psi_1^*(x)\psi_2(x)$$

*3)　異なる条件設定のもとに行われた観測の結果を担う実体が存在する，と想定すると，実験事実と食い違う予測が導かれてしまうことがある．その種の予測が Bell の不等式[5] や Clauser-Horne-Shimony-Holt の不等式[6] である．

で与えられる．ここで $\mathrm{Re}\,\psi_1^*\psi_2$ の項が干渉効果を表す．しかし，共鳴空洞を備え付けると，終状態は

$$\psi = \psi_1(x) \otimes \xi_1 + \psi_2(x) \otimes \xi_2 \qquad (7)$$

となる．ここで ξ_1 は空洞 1 に光子が 1 個あるという状態であり，ξ_2 は空洞 2 に光子が 1 個ある状態である．そうすると $\langle \xi_1 | \xi_2 \rangle = 0$ であるから，原子が位置 x に見つかる確率は

$$\begin{aligned} P(x) &= |\psi_1(x)|^2 \langle \xi_1 | \xi_1 \rangle + |\psi_2(x)|^2 \langle \xi_2 | \xi_2 \rangle \\ &\quad + 2\,\mathrm{Re}\,\psi_1^*(x)\psi_2(x) \langle \xi_1 | \xi_2 \rangle \\ &= |\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2 \end{aligned}$$

となり，干渉項は消える．式 (7) のような，原子と他の装置の状態が絡まった状態はエンタングル状態と呼ばれる．原子の経路は空洞内の光子と相関を持ち，経路の違いは，光子の異なる状態，すなわち直交状態に記録されるため，原子の干渉項が消されるというのが Scully たちの説明である．

この考えに対して Storey, Tan, Collett, Walls[9) が異論を唱えた．彼らは，干渉縞が損なわれるときには必ず運動量の変化が伴っていると主張する．空洞の中で原子は光子を繰り返し放出・吸収して運動量変化を受けているのだと彼らは言う．

2 つのグループ間の論争は次第に熱を帯びてきて，1995 年には誌上討論[10) が展開された．Englert, Scully たちは不確定性関係が必ずしも干渉・識別の相補性の理由ではないと主張し，Storey たちはあくまで位置・運動量の不確定性関係が根本的原因であると主張する．

誌上討論以前の 1992 年には Bhandari[11) が，運動量を使わずに角運動量の測定で経路を識別するモデルを調べている．彼の分析によれば，角運動量と角度の不確定性関係，それに Pancharatnam の幾何学的位相が加わって干渉縞が損なわれる．

1993 年に Eichmann たち[12) は興味深い実験結果を報告した．彼らは 2 つの水銀イオンを空中に浮かべて静止させ，これらに偏光レーザー光を照射して，散乱光を観測した．つまり，2 つの水銀イオンをダブルスリットに見立てた光干渉実験を行った．光子は水銀イオンに当たったときに，イオンに角運動量を渡して，偏光状態が変化することがある．あるいは，角運動量のやりとりは起こらず，散乱光の偏光状態は入射光の偏光状態のままということもあり得る．そうすると，偏りが変化した光子は，どちらのイオンに当たったかという痕跡をイオンに残しており，干渉を起こさないだろうと考えられる．一方で，偏りの変化のない光子は，どちらのイオンに当たったかという痕跡を残しておらず，したがって監視なしのダブルスリットと同じ状況になり，干渉を起こすと考えられる．彼らはこういう実験をやって，予想どおりの結果を得た．つまり，カメラの直前に偏光フィルターを置いて，入射光と比べて同じ偏光状態を持つ光と，異なる偏光状態を持つ光とを選り分けて観測した．偏光変化のなかった光は干渉縞を示し，偏光変化を起こした光は干渉縞を示さなかった．この実験の場合，明らかに光子はイオンにぶつかって運動量のやりとりを行い，進路を変更している．それでも偏光状態さえ変わらなければ，きれいな干渉縞を作ったのである．したがって干渉縞が損なわれる理由を，運動量の誤差や位置のゆらぎのせいにすることには無理がある．

Greenberger と Yasin[13) および Englert[14) は粒子の経路の判定のもっともらしさ（尤度（ゆうど））D と干渉縞のコントラスト V の間に

$$D^2 + V^2 \leq 1 \qquad (8)$$

という関係が成り立つことを理論的に示した[*4)．

1998 年には Dürr, Nonn, Rempe[16) がルビジウム原子ビームの干渉実験を行った．原子の超微細構造状態（原子核のスピンと電子の軌道運動の相互作用による微細なエネルギー差）の違いで原子の経路を識別すると干渉縞が消失することを彼らは示した．彼らが用いた原子のビームは太くて，2 方向に散乱されたビームは散乱領域では重なりっぱなしである．つまり原子ビームが，細く絞られた 2 本のビームに分離されてはいない．また彼ら

*4） 細谷暁夫氏ら[15) は，エンタングルメント度とコントラストの間にも同様の関係式が成り立つことを示した．

の実験では経路を識別するために，運動量の差ではなく，原子の内部状態の違いを用いている．したがって，位置と運動量の不確定性関係を当てはめるべき状況ではない．それにも関わらず，経路識別を行ったときには干渉縞は消え，識別をやめれば干渉縞は現れた．また，相補性不等式 (8) も実験的に確かめられた[17)]．こうして Englert グループ対 Storey グループの論争は，Englert たちの勝利で決着がついた（と言ってよいと思われる）．つまり，相補性は必ずしも不確定性関係の結果ではなく，相補性の方がより普遍的な概念である，という言い分の方が妥当である．

4. 相補性と非可換性

ところで，Englert[14)] は，干渉と識別の相補性は，演算子の非可換性とは何の関係もなく，Heisenberg や Robertson の不確定性関係とも無縁であるとまで言っている．しかし，それは言いすぎではないか，と私は思う．Storey ら[9)] は，あくまで位置と運動量の不確定性関係が基本原理であり，干渉と識別の相補性もその結果として説明されるべきであると主張していた．私には，いずれの主張も極論であり，両者を特別な場合として含むような一段高い視点があるように思われる．このことを議論しよう．

ダブルスリットの干渉縞を観測する設定に，粒子の通過スリットを識別する装置を付け加えた実験のモデルを以下のように考えよう．ダブルスリットを通過する直前の粒子の状態ベクトルを ψ，測定装置の状態ベクトルを ξ とすると，系全体の初期状態は $\psi\otimes\xi$ と表される．スリット 1, 2 のどちらを通過したかに応じて粒子の状態が $\psi=\psi_1+\psi_2$ と分解され，それに応じて測定装置の状態も $U_1\xi$ または $U_2\xi$ に変化する．U_1 と U_2 は測定装置の状態に作用するユニタリ演算子である．するとスリット通過後の系全体の状態は

$$\psi_1\otimes U_1\xi+\psi_2\otimes U_2\xi \tag{9}$$

となる．これは (7) と同様のエンタングル状態である．粒子を位置 x に見出す確率は

$$\begin{aligned}P(x) \;=\; &|\psi_1(x)|^2+|\psi_2(x)|^2\\ &+2\,\mathrm{Re}\,\psi_1^*(x)\psi_2(x)\,\langle U_1\xi|U_2\xi\rangle\end{aligned}$$

となり，係数

$$V=\Big|\langle U_1\xi|U_2\xi\rangle\Big|=\Big|\langle\xi|U_1^\dagger U_2|\xi\rangle\Big|$$

の分だけ干渉縞のコントラストが失われる．V は $0\le V\le 1$ なる実数である．また，粒子がどちらのスリットを通ったかという情報は，測定装置の自己共役演算子 M で読み出される．スリット 1, 2 の識別ができるためには，U_1 の作用と U_2 の作用で測定値に差異が生じなければならないのだから

$$U_1^\dagger M U_1\neq U_2^\dagger M U_2 \tag{10}$$

でなくてはならない．つまり，識別可能なための必要条件は

$$(U_1^\dagger U_2)(U_2^\dagger M U_2)\neq(U_2^\dagger M U_2)(U_1^\dagger U_2)$$

である．このことは，干渉縞の強度を表す演算子 $U_1^\dagger U_2$ と識別装置の読みを表す演算子 $U_2^\dagger M U_2$ が非可換であることを意味している[*5)]．したがってこれらの演算子の間には不確定性関係が成立する．100 パーセントの確率で粒子の通過スリットを識別できたとすると，測定器の読み取り値によって確実に 2 通りの状態を見分けられるのだから，$U_1\xi$ と $U_2\xi$ は自己共役演算子 M に対して異なる固有値を持つ．したがって $U_1\xi$ と $U_2\xi$ は直交し，$V=|\langle U_1\xi|U_2\xi\rangle|=0$ となり，干渉縞は完全に損なわれる．逆に，干渉縞の強度が 100 パーセントだとすると，$V=1$ であり，状態 $U_1\xi$ と $U_2\xi$ は位相因子を除いて等しく，測定装置は粒子の通過スリットをまったく区別できないことになる．

経路を識別しようとすると，条件 (10) を満たす M，すなわち，干渉を特徴付ける演算子 $U_1U_2^\dagger$ と非可換な識別装置の演算子 M を導入せざるを得ない．この非可換性が，波動と粒子の両方の性質を同時に観測する実験を不可能にしており，波動

*5) $U_2^\dagger U_1$ と $U_1^\dagger M U_1$ が非可換，あるいは，$U_1U_2^\dagger$ と M が非可換性である，という書き方をしてもよい．

性と粒子性を同時に担った一まとまりの実体を想定することを無意味にしているのである．

5. どの不確定性関係？

干渉と識別の相補性は，特別な実験設定では位置と運動量の不確定性関係の結果として理解できるし，一般的には，干渉を捉える演算子と識別装置の演算子の非可換性を反映している，ということは分かったが，もう一つ議論しておきたいことがある．じつは不確定性関係にはいくつものバージョンがあり，それぞれ物理的意味も数学的表式も異なっている．したがって，いままで議論していた不確定性関係がどのバージョンにあたるのか，考えることには意味があるだろう．

不確定性関係に関する議論にしばしば混乱が見られるのは,「不確定性」という概念が曖昧なまま使われているせいである．物理量 A の「不確定さ」を正確に定量的に定めようとすると，定義の候補がいくつかある．一つ目は，誤差 $\varepsilon(A)$ である．対象物に属する物理量 A を測ろうとするとき，実際には我々は測定器の目盛り M を読んで，A の値を決めているのであり，M と A が等しくなるようにするのが「よい測定」であるが，現実には必ずしも M と A は等しくならない．メーターの読み取り値 M と，本当に知りたい値 A との差が誤差 (error) であり，

$$\varepsilon(A) = \sqrt{\langle (M-A)^2 \rangle}$$

と定義される．ここで期待値 $\langle \cdot \rangle$ は，同じ設定の実験の繰り返しに関する平均である．

二つ目は，擾乱 $\eta(B)$．一般に測定は，有限の時間経過を伴う，対象系と測定器の相互作用のプロセスである．測定を行う直前に系が持っていたはずの物理量の値 B と測定直後の値 B' は異なり得る．それらの差が，測定によって系が受けた擾乱 (disturbance) であり，

$$\eta(B) = \sqrt{\langle (B'-B)^2 \rangle}$$

と定義される．

三つ目は，標準偏差 $\sigma(A)$．これは，同じ実験設定で測定を多数回繰り返したときに得られる測定値のばらつきを表し，

$$\sigma(A) = \sqrt{\langle (A-\langle A \rangle)^2 \rangle} = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

と定義される．誤差 ε，擾乱 η，標準偏差 σ のどれも「不確定さ」の指標ではあるが，物理的内容も数学的定義も異なっていることに注意してほしい．

これらの記法を用いて Heisenberg の不確定性関係を書くと，位置 q の誤差と運動量 p の擾乱に関する

$$\varepsilon(q) \cdot \eta(p) \gtrsim h \tag{11}$$

という不等式になる.「位置を正確に測ろうとすると，運動量が乱される」という言い方に即した関係式である．あるいは Heisenberg が示そうとしたのは

$$\sigma(q) \cdot \sigma(p) \gtrsim h \tag{12}$$

という関係式かもしれない．この式が意味するところは「量子系においては，位置のばらつきと運動量のばらつきの両方をゼロにすることはできない」ということだ．上で「かもしれない」という曖昧な言い方をしたのは，Heisenberg 自身[18] は，不等式の証明を一回だけ与えたのではなく，いろいろな物理的状況を想定して，いろいろなモデルを考案し，思考実験を繰り返して，この種の不等式が成り立つことを繰り返し確認したのであり，彼のモデルの中には (11) を導くような状況設定になっているものもあるし，(12) に分類すべき設定になっているものもあるからである．つまり，Heisenberg は，誤差・擾乱・偏差の明確な区別はしていない．また彼は数学的な証明を与えたのではなく，いくつかのケース・スタディを経て，これらの不等式が一般的な状況でも成り立つであろう，と推論したのである．(11)，(12) という区別は，我々が後知恵をもとにしたことである．

モデルによらずに不確定性関係の一般的な証明を与えたのは Kennard で，彼は

$$\sigma(q) \cdot \sigma(p) \geq \frac{1}{2}\hbar \tag{13}$$

という不等式を証明した．Robertson は，一般の自己共役演算子 A, B に対して

$$\sigma(A)\cdot\sigma(B) \geq \frac{1}{2}\Big|\langle[A,B]\rangle\Big| \tag{14}$$

が成り立つことを証明した．これは Schwarz の不等式を用いて簡単に証明できるし，演算子の非可換性が不確定性関係と直結していることが一目瞭然となる表式なので，たいていの量子力学の教科書で解説されている．

しかし，Kennard の不等式 (13) は数学的には正しいが，Heisenberg の不等式 (11) を Kennard の不等式 (13) で置き換えることは，物理的内容もすり替えることになる．Kennard の不等式は，同じ状態の対象系のコピーを多数用意して，そのうちのいくつかについては位置 q の測定を行い，別のいくつかについては運動量 p の測定を行ったとしたら，それらの測定値のばらつきの間には (13) のような関係が成立する，と言っているのであり，位置を測定したせいで運動量が乱された，と言っているのではない．Kennard の設定においては，位置の測定と，運動量の測定は，そっくりだが別の系に対して行われる実験である．ところが，Heisenberg の不等式 (11) は，位置を測定されたその系の運動量がどれだけ乱されるか，ということを問題にしている．

そうこうするうちに,「不確定さ」の厳密な定義が反省・吟味されることもなく，Heisenberg 自身も Kennard と Robertson の証明で満足してしまったようで，不確定性関係は Kennard の形 (13) で人々に知れ渡っていった．この状況に疑問を投げかけ，明確な答えを与えたのは小澤正直氏である[19]．彼は

$$\begin{aligned}&\varepsilon(A)\cdot\eta(B)+\sigma(A)\cdot\eta(B)+\varepsilon(A)\cdot\sigma(B)\\ \geq\ &\frac{1}{2}\Big|\langle[A,B]\rangle\Big|\end{aligned} \tag{15}$$

という不等式を証明した[20]．しかも彼は Heisenberg の不等式 (11) を破るようなモデルを作って見せた[21]．Heisenberg の不等式 (11) が正しいとしたら，位置の測定誤差 $\varepsilon(q)$ をゼロに近づけると運動量の擾乱 $\eta(p)$ は発散してしまうはずだが，小澤氏の作ったモデルでは，量子力学に従いながら，$\varepsilon(q)$ をゼロに近づけても $\eta(p)$ は有限な値にとどまる[*6)]．

さて，数学的に正しい不確定性関係は Kennard の (13)，Robertson の (14)，小澤の (15) の 3 通りであり，$[q,p]=i\hbar$ だから (13) は (14) の特別な場合に含まれることが分かった．ここで次のような疑問を提起しよう：「干渉と識別の相補性を保証している不確定性関係は，Kennard-Robertson 型のものか，それとも小澤型のものか？」

この問題に対する私の答えは「Kennard-Robertson 型」である[23]．残念ながらここでは詳しく議論する余裕がないが，可動スリット壁の位置と運動量を q,p とすれば，粒子がスリットにぶつかったときに可動壁に運動量 $\pm k$ を与える演算子は

$$U_1 = e^{ikq}, \qquad U_2 = e^{-ikq}$$

であり，可動壁の運動量の符号を測って通過スリットを識別する測定器は

$$M = \theta(p) - \theta(-p)$$

という演算子で表される[*7)]．干渉演算子 $U_1U_2^\dagger = e^{2ikq}$ は演算子 q を含んでおり，識別演算子 M は演算子 p をその定義に含んでいる．そのため $U_1U_2^\dagger$ と M は非可換になっており，測定装置の状態 ξ をどう選んでも $U_1U_2^\dagger$ と M の値にばらつきを生じ，干渉実験と識別実験は同時には成立しない．これは Kennard-Robertson の不等式が意味することである．この問題はまだまだ議論の余地のあるところであり，読者はまた別のモデルを考えつくこともできるであろう．

ダブルスリット実験は，いまとなっては典型的な量子力学の教材であり，調べ尽くされたと思われるような題材であるが，Englert vs. Storey のように，つい最近でも熱い議論の的となっている．干渉と識別は，量子論の世界と古典論の世界のイ

---

*6) 小澤氏は $\varepsilon(A)\cdot\varepsilon(B)+\sigma(A)\cdot\varepsilon(B)+\varepsilon(A)\cdot\sigma(B) \geq \frac{1}{2}\Big|\langle[A,B]\rangle\Big|$ という不等式も証明している[22]．

*7) $\theta(p)$ はステップ関数：$p>0$ のとき $\theta(p)=1$，$p<0$ のとき $\theta(p)=0$.

ンターフェイスに生ずる現象であり，近年のテクノロジーの発展のおかげで思考実験の域を超えて現実の実験が可能になってきた現象でもあり，理論的な示唆に富んだ現象である．この小文を通して，そういったことを読者に伝えたかった．

謝辞：本稿の内容の大部分は小嶋泉氏との議論にもとづいている．深い洞察を通して生まれてくる氏の議論からは，多くを学ばせていただいている．とくに氏が提唱したミクロ・マクロ双対性[24)]は量子系と古典系の相互関係についての理解を一新するものであり，本当は，干渉と識別の相補性もミクロ・マクロ双対性の観点に照らせば新たな局面が見えてくることなのだろうと思う．また機会を改めてそういった議論を展開したい．

参考文献

1) 木下修一「モルフォチョウの碧い輝き」化学同人 (2005).
2) ニールス・ボーア（山本義隆編訳）「因果性と相補性：ニールス・ボーア論文集 1」岩波書店 (1999). とくに 13 章「原子物理学における認識論上の諸問題をめぐるアインシュタインとの討論」を参照.
3) 朝永振一郎「鏡の中の物理学」講談社 (1976).
4) ファインマン, レイトン, サンズ（砂川重信訳）「量子力学：ファインマン物理学 V」岩波書店 (1986).
5) J. S. Bell, “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, Physica **1**, 195 (1964).
6) J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, “Proposed experiment to test local hidden-variable theories”, Phys. Rev. Lett. **23**, 880 (1969).
7) M. O. Scully and H. Walther, “Quantum optical test of observation and complementarity in quantum mechanics”, Phys. Rev. A **39**, 5229 (1989).
8) M. O. Scully, B.-G. Englert, and H. Walther, “Quantum optical tests of complementarity”, Nature **351**, 111 (1991).
9) P. Storey, S. Tan, M. Collett, and D. Walls, “Path detection and the uncertainty priciple”, Nature **367**, 626 (1994).
10) B.-G. Englert, M. O. Scully, and H. Walther, “Complementarity and uncertainty”, Nature **375**, 367 (1995). E. P. Storey, S. M. Tan, M. J. Collett, and D. F. Walls, Nature **375**, 368 (1995). H. Wiseman and F. Harrison, “Uncertainty over complementarity?” Nature **377**, 584 (1995).
11) R. Bhandari, “Decoherence due to the geometric phase in a “Welcher-Weg” experiment”, Phys. Rev. Lett. **69**, 3720 (1992).
12) U. Eichmann, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, W. M. Itano, D. J. Wineland, and M. G. Raizen, “Young’s interference experiment with light scattered from two atoms”, Phys. Rev. Lett. **70**, 2359 (1993).
13) D. M. Greenberger and A. Yasin, “Simultaneous wave and particle knowledge in a neutron interferometer”, Phys. Lett. A **128**, 391 (1988).
14) B.-G. Englert, “Fringe visibility and which-way information: an inequality”, Phys. Rev. Lett. **77**, 2154 (1996).
15) A. Hosoya, A. Carlini, and S. Okano, “Complementarity of entanglement and interference”, Int. J. Mod. Phys. C **17**, 493 (2006).
16) S. Dürr, T. Nonn, and G. Rempe, “Origin of quantum-mechanical complementarity probed by a ‘which-way’ experiment in an atom interferometer”, Nature **395**, 33 (1998).
17) S. Dürr, T. Nonn, and G. Rempe, “Fringe visibility and which-way information in an atom interferometer”, Phys. Rev. Lett. **81**, 5705 (1998).
18) W. Heisenberg (translated into English by C. Eckart and F. C. Hoyt), *The physical principles of the quantum theory* (Dover Pub. 1930, 1949).
19) 小澤正直「不確定性原理・保存法則・量子計算」日本物理学会誌 2004 年 3 月号, 157. 小澤正直「不確定性原理の新展開」数理科学 2005 年 10 月号, 5. 石井茂「ハイゼンベルクの顕微鏡：不確定性原理は超えられるか」日経 BP 社 (2005).
20) M. Ozawa, “Physical content of Heisenberg’s uncertainty relation: limitation and reformulation”, Phys. Lett. A **318**, 21 (2003); “Universally valid reformulation of the Heisenberg uncertainty principle on noise and disturbance in measurement”, Phys. Rev. A **67**, 042105 (2003).
21) M. Ozawa, “Position measuring interactions and the Heisenberg uncertainty principle”, Phys. Lett. A **299**, 1 (2002); “Uncertainty relations for noise and disturbance in generalized quantum measurements”, Ann. Phys. **311**, 350 (2004).
22) M. Ozawa, “Uncertainty relations for joint measurements of noncommuting observables”, Phys. Lett. A **320**, 367 (2004).
23) S. Tanimura, “The incompatibility relation between visibility of interference and distinguishability of paths”, e-print quant-ph/0703118.
24) I. Ojima, “Micro-macro duality in quantum physics”, pp. 143-161 in Proc. Int. Conf. on Stochastic Analysis, Classical and Quantum (World Scientific, 2005); e-print math-ph/0502038. 小嶋 泉「だれが量子場を見たか」，講演集『だれが量子場をみたか』(日本評論社，2004) pp. 65-107 に所収. 小嶋 泉・谷村省吾「双対性をめぐる物理学対話—量子と古典，ミクロとマクロ」別冊・数理科学「双対性の世界」34 (2007). 小嶋 泉「代数的量子論とミクロ・マクロ双対性」数理科学 2007 年 7 月号, 18.

（たにむら・しょうご，京都大学大学院情報学研究科）